



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



NÁRODNÍ INSTITUT
PRO DALŠÍ
VZDĚLÁVÁNÍ

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

NÁRODNÍ INSTITUT PRO DALŠÍ VZDĚLÁVÁNÍ

Využití ICT ve výuce matematiky

STUDIJNÍ TEXT

Studijní text byl zpracován v rámci projektu „Informační centra digitálního vzdělávání“, který je spolufinancován Evropskou unií.

AUTOR:

VERONIKA HAVELKOVÁ

PRAHA 2015



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



NÁRODNÍ INSTITUT
PRO DALŠÍ
VZDĚLÁVÁNÍ

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obsah

Obsah.....	0
Úvod	1
1. Využití ICT ve výuce	1
2. Výhody, nevýhody a rizika využití ICT	2
3. Online zdroje.....	3
4. GeoGebra.....	4
4.1. Příklady využití ve výuce	5
4.2. GeoGebra ve výuce funkcí	6
4.3. Závěr	6
5. Formulátor Tarsia	7
5.1. Práce v programu	7
5.2. Typy na využití v praxi.....	9
5.3. Závěr	9
6. Závěr	10
7. Doporučená literatura	10



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



NÁRODNÍ INSTITUT
PRO DALŠÍ
VZDĚLÁVÁNÍ

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Úvod

Možnosti využití ICT ve výuce matematiky jsou velmi široké a bylo by nemožné je pojmut v jednom textu. Následující text se proto omezí na základní seznámení se způsoby využití programů, výhodami i nevýhodami programů, poukáže na některé online zdroje a přiblíží způsob využití dvou různých programů. Jedním je program *GeoGebra*, který umožňuje využití v geometrii, funkcích či statistice a druhým program *Formulator Tarsia*, který je určený na vytváření matematických skládaček.

1. Využití ICT ve výuce

Možností způsobu použití ICT v rámci výuky matematiky se nabízí více:

- učitel ukazuje předpřipravený soubor (applet¹),
- učitel v hodině vytvoří soubor dle aktuální potřeby,
- žáci pracují s předpřipraveným souborem,
- žáci vytváří vlastní soubor, učitel vytvoří e-learningové prostředí,
- učitel vytvoří pomocí PC pomůcky k výuce.

První dvě z možností nejsou tak náročné na technické zajištění učebny. Je zapotřebí, aby byl v učebně počítač, notebook nebo tablet a dataprojektor. Použití předpřipraveného souboru je vhodné v těch případech, kdy víme, jakou látku chceme s žáky probrat a tímto souborem chceme doprovodit „výklad teorie“ či vybranou úlohu. Vhodné je toto užití zvláště v případech, kdy víme, že tvorba souboru nám zabere delší čas.

Učitel může také žáka požádat, aby s předpřipraveným souborem manipuloval on či aby soubor sám vytvořil. Vhodnější však je, aby tuto možnost měli všichni žáci. Výhodou je, že každý žák má možnost si situaci „osahat“. Nevýhodou je, pokud na takovou hodinu musíme přecházet do počítačové učebny, že je nutné připravit aktivity na celou vyučovací hodinu, přestože by bylo leckdy vhodnější aktivity

¹ Pojmem applet rozumíme množinu objektů zobrazovaných v rámci programu. Applet umožňuje dynamické zobrazení (nejen) geometrických situací.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



NÁRODNÍ INSTITUT
PRO DALŠÍ
VZDĚLÁVÁNÍ

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

zařazovat průběžně a nikoliv nárazově. Vždy je zapotřebí si předem uvědomit, jaký cíl má použití daného souboru mít. Pokud chceme, aby žák pozoroval vybrané vlastnosti, invarianty a předchozí konstrukce je příliš dlouhá, je na místě zvážit, zda žákům neposkytnout předpřipravený applet, u něhož by se mohli důkladně soustředit pouze na jeden konkrétní problém. Dlouhá předchozí konstrukce by žáka mohla v takovém případě spíše rozptylovat a znemožňovala by to, aby se soustředil na to, co je pro nás nejdůležitější. V jiných případech zase považujeme za důležité, aby si žák upevnil jednotlivé kroky konstrukce, a tak budeme chtít, aby celý soubor vytvořil sám. Tento přístup ale vyžaduje, aby byl žák s prostředím programu již zběžně seznámen.

S použitím e-learningového kurzu, se dnes můžeme setkat zejména v prostředí vysokých škol různého zaměření, kde typ studia vyžaduje větší podíl samostudia. Výhod je celá řada, neboť tyto kurzy dnes umožňují kromě zveřejňování textů, obrázků, videí a jiných typů materiálů zařazovat i diskuze, testy či zadávat úkoly. Kvalitně vytvořený kurz tak může být dobrým doplňkem i výuky na základních a středních školách. Je však třeba dodat, že tvorba takového kurzu je časově náročná. E-learningový kurz k tomuto projektu je dostupný na <http://icdv.nidv.cz>.

V poslední uvedené variantě způsobu užití ICT je použití programů pro vytvoření materiálů k výuce. Počítač či tablet tak není použit v hodině samotné, ale může pomoci k tvorbě materiálů, které se v hodině využijí. Některé programy umožňují tvorbu takových materiálů, které by bylo těžší či nemožné vytvořit bez nich.

2. Výhody, nevýhody a rizika využití ICT

Před samotným nasazením programů je důležité si uvědomit, co nám program může přinést. Jmenujme tedy některé z možných výhod nasazení programů, které jsou závislé na konkrétní podobě využití:

- motivace žáka,
- soukromí a individuální tempo pro každého žáka,
- podpora přirozeného dětského myšlení a porozumění,
- rozšíření hranice aktivit a řešení problémů,

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- bezprostřední zpětná vazba,
- učení se pomocí hry – žák si neuvědomuje, že se vlastně učí,
- velké množství situací (modelů) v rámci jednoho souboru,
- usnadnění žákovy koncentrace,
- nový typ modelu již známé situace.

Užití konkrétního programu však nemusí být vždy ve všech ohledech jednoznačně výhodné. Znat pouze výhody využití programu je přímou cestou k tomu, abychom aplikovali program nevhodně a „využili“ spíše mnohých nevýhod a rizik, které se s nasazením takového programu do výuky pojí. Proto považuji za nezbytné si tyto nevýhody stále připomínat tak, abychom byli schopni se jim v co největší míře vyhnout. Možnými nevýhodami jsou:

- potřebné technické zázemí,
- technické problémy,
- zvolení úloh, ve kterých nemá program přínos oproti běžným metodám,
- zahlcení velkým množstvím látky,
- zaměření na uživatelské zpracování místo na samotnou konstrukci souboru,
- obava učitele z přesunu pozornosti žáka z učitele na program,
- příklon žáka k vnímání modelu jako reality.

Při uvědomělé přípravě lze však využít ICT tak, aby výhody převážily nevýhody a aby se tak využití ICT stalo co nejvíce efektivní.

3. Online zdroje

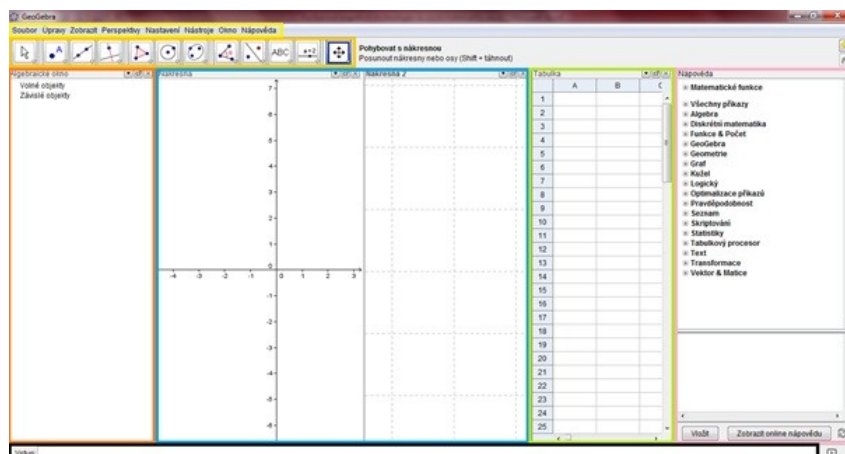
Kromě instalace programů je možné využívat celé řady online zdrojů. Pro žáky i studenty mohou být zajímavé zejména hry nebo testy, které procvičují probíranou látku. Ty můžeme použít jako zajímavé zpestření do běžné výuky. Her je dnes vytvořeno skutečně nepřeberné množství, valná většina je však v angličtině. Praktické odkazy na různé hry podle témat lze nalézt na www.naberanku.cz/vyuka/matematika/zaci/mat01.htm. Testové úlohy pro 2. stupeň v češtině např. na www.zssever.cz/sablony/index.html.

Mezi zahraniční portály, které nabízí matematické hry, patří Math Playground (www.mathplayground.com), National Library of Virtual Manipulatives (nlvm.usu.edu), XP Math (www.xpmath.com), Sheppard Software (www.sheppardsoftware.com/math.htm), IXL Math (www.ixl.com/math), Illuminations (illuminations.nctm.org) a mnoho dalších.

4. GeoGebra

Za více než deset let existence programu *GeoGebra* se postupně tento volně šiřitelný matematický software stal jedním z nejvýraznějších programů pro podporu výuky matematiky. Obliba programu *GeoGebra* v České republice vzrůstá, často se s ním setkáváme především jako s programem podporujícím výuku planimetrie na základních a středních školách. Potenciál *GeoGebra* je však výrazně větší svým možným využitím na široké škále oblastí výuky matematiky. Díky širokým programovým možnostem a jednoduchému uživatelskému prostředí se *GeoGebra* stává nástrojem, s jehož využitím můžeme žákům i studentům pomoci přemostit znalosti z geometrie, algebry a matematické analýzy a učinit z nich funkční celek. Nástrojem propojování dílčích znalostí z matematiky do jednoho uceleného celku se mohou stávat geometrické interpretace jednoduchých i složitějších algebraických operací a jiné.

Prostředí programu *GeoGebra* je rozděleno na několik sekcí, které jsou pro lepší přehlednost odlišeny barevnými rámečky (obr. 1).



Obrázek 1 Prostředí programu

Většinu těchto sekcí lze podle potřeby skrýt či zobrazit. V modrém okně je dvojice nákresen, ve kterých se zobrazují konstruované objekty. Algebraické okno (červená sekce) zobrazuje všechny vytvořené objekty pomocí zápisu. Náskresna (případně náskresny) a algebraické okno jsou na sobě závislé sekce (geometrický objekt je v algebraickém okně znázorněn algebraicky a naopak). Tabulka (zelená sekce) umožňuje zachycovat různé hodnoty, počítat (obdobně jako je tomu u tabulkových editorů) a hodnoty například generovat jako tabulku bodů. S použitím nástrojů (oranžová sekce) lze vytvářet na nárysň nové objekty, zjišťovat jejich vzájemné vztahy apod. Růžová sekce je nápovědou a zobrazuje kompletní seznam nabízených příkazů. Pomocí vstupního panelu společně s příkazovým řádkem (černá sekce) zadáváme algebraicky libovolné objekty (body, funkce, křivky apod.). V horní části programu nalezneme klasický panel nástrojů (žlutá sekce). Kromě těchto sekcí ale program nabízí i další, např. okno pro tvorbu 3D objektů.

Detailní přehled funkcí a manuál programu je dostupný na webových stránkách www.geogebra.org, kde je možné program i stáhnout. Program je v současné době dostupný i ve verzi pro tablety.

4.1. Příklady využití ve výuce

Využití programu *GeoGebra* ve výuce geometrie je velmi intuitivní a velmi snadno se ho naučí ovládat i žáci prvního stupně základní školy. Při běžné manipulaci, kdy program využívají zejména začátečníci, se požívají panely nástrojů a náskresna. Kliknutím na příslušný objekt v panelu nástrojů umístíme objekt následným kliknutím do náskresny. Zvláště v případě pokročilejších nástrojů ocení začínající uživatel nápovědu, která se ke každému nástroji po jeho označení zobrazí hned vedle panelu nástrojů.

Příkladem užití v hodině geometrie může být applet vhodný pro pozorování pozice ortocentra trojúhelníku v závislosti na změně trojúhelníku z ostroúhlého na tupoúhlý.

K vytvoření takového appletu je potřebná pouze manipulace s panelem nástrojů a s vlastnostmi nástrojů, které můžeme změnit kliknutím na pravé tlačítko

myši a následným označením kategorie vlastnosti. V nově otevřeném panelu můžeme měnit barvy, typy čar, názvy aj.

4.2. GeoGebra ve výuce funkcí

K vykreslení funkcí v programu *GeoGebra* používáme vstupní panel. Při zadávání funkcí je zapotřebí dodržet některá pravidla zadávání matematického textu, která jsou velmi obdobná jako u jiných programů (např. *Derive*) či způsobu zadání příkladu do kalkulačky. Pokud některý z příkazů neznáme, můžeme si pomoci nápovědou, která se objeví po kliknutí na obrázek šipky umístěný vpravo dole. Uvedme si několik příkladů zadání funkce.

Předpis funkce	Podoba zadání do vstupního panelu
$f: y = 3x - 1$	$f(x)=3x-1$ nebo $f(x)=3*x-1$
$g: y = 3x^2 - x + 1$	$g(x)=3x^2-x+1$ nebo $g(x)=3*x*x-x+1$
$h: y = 5^x$	$h(x)=5^x$
$i: y = \frac{2}{x}$	$i(x)=2/x$
$j: y = \sqrt{x-1}$	$j(x)=\text{sqrt}(x-1)$

Zadaný příkaz potvrdíme tlačítkem *Enter*, funkce se následně vykreslí v náčrtně. V případě, že pro nás není důležitý název funkce, můžeme namísto $f(x)=3*x-1$ napsat pouze $3*x-1$.

Pokud chceme využít dynamičnosti programu a vykreslit funkci závislou na změně parametru, postup je velmi obdobný. Pokud budeme chtít vykreslit například graf $f: y = a \sin(bx) + c$ s reálnými parametry a, b, c , zadáme přes vstupní panel předpis funkce, který potvrdíme tlačítkem *Enter*. Program se zeptá, zda chceme vytvořit posuvníky, což je třeba potvrdit. Následně program automaticky vytvoří funkci včetně posuvníků. Graf v náčrtně následně měníme pohybem jednotlivých posuvníků. Konstrukce takového appletu je tak velmi rychlá.

4.3. Závěr

Skutečných možností, které program nabízí je skutečně řada. Mnoho materiálů dostupných zdarma pro každého je na webových stránkách



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



NÁRODNÍ INSTITUT
PRO DALŠÍ
VZDĚLÁVÁNÍ

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

<http://www.geogebraTube.org/>. Na těchto webových stránkách jsou již i dostupné sady appletů zaměřené dle tematických celků. Applety na těchto webových stránkách je možno použít jako inspiraci a po stažení či při online prohlídce i jako materiál podporující vlastní výuku.

5. Formulator Tarsia

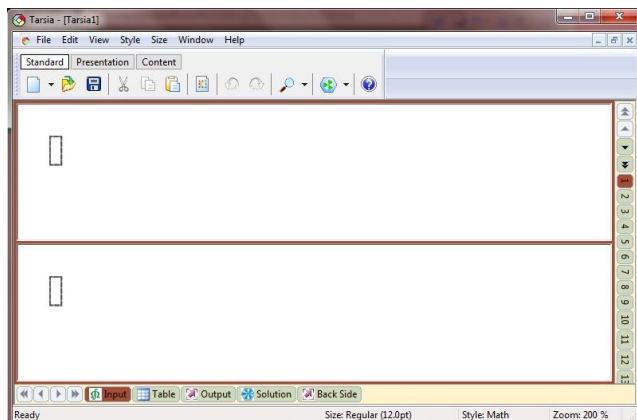
Program *Formulator Tarsia* není v České republice příliš známý a to i přes to, že se může stát velmi šikovným pomocníkem učitele při přípravě didaktických materiálů, který je navíc zdarma a podporuje matematický text. Jako nevýhoda se může pro někoho jevit to, že program nabízí prostředí v angličtině a nikoliv v češtině. Vzhledem k jednoduchému rozhraní programu to však nemusí být překážkou ani pro ty, kteří angličtinu neovládají. Program si lze zdarma stáhnout na <http://www.mmlsoft.com/index.php/products/tarsia>.

Při spuštění programu nám program nabízí okno, které umožňuje výběr z různých typů skládaček. Pod názvem *Standard Jigsaw* a *Extended Jigsaw* se nacházejí zdánlivě totožné skládačky. Jediný rozdíl mezi nimi je však ten, že u *Extended Jigsaw* máme možnost zadávat i okraje skládaček a tím žákům skládání trochu zkomplikovat.

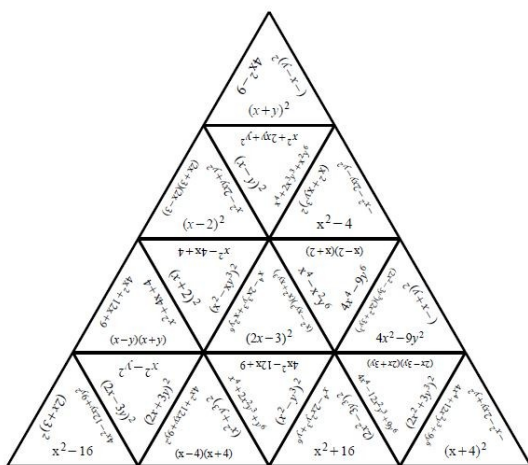
5.1. Práce v programu

Po zvolení typu skládačky se již zobrazí základní rozhraní programu (obr. 2). V dolním panelu se nachází možnosti zobrazení, mezi kterými je možno přepínat. Položka *Input* umožňuje zadávat jednotlivé dvojice. V případě že, zvolíme variantu *Extended* nám program umožňuje zadávat i jednotlivé kraje skládačky. Mezi dvojicemi můžeme přepínat pomocí pravého panelu, kde tlačítka 1 až 18 symbolizují jednotlivé dvojice a d1 až d12 symbolizují kraj skládačky. Posledním políčkem *Back Side of the Card* můžeme nastavit zadní popis skládačky. V položce *Table* si můžeme zobrazit již hotové dvojice, což je vhodné zejména pro zpětnou kontrolu. Položka *Output* slouží k tisku skládačky. V jejím pravém můžeme měnit velikosti výsledné skládačky. Položka *Solution* umožňuje vytisknout řešení skládačky (obr. 3) a

položka *Back Side* může zobrazit a vytisknout zadní stranu skládačky. Pokud chceme skládačku vytisknout, musíme mít vždy zvolen ten a pohled, který chceme vytisknout. Samotný tisk pak provedeme prostřednictvím ikony tiskárny v horním panelu programu. Na stejném místě můžeme soubor uložit prostřednictvím ikony diskety.



Obrázek 2 Základní prostředí programu



Obrázek 3 Vytisknuté řešení z verze Solution

Nejvíce zajímavou, z hlediska tvorby skládačky, je položka *Input*, kterou jednotlivé dvojice zadáváme. Text zadáme postupně vždy do šedivého obdélníčku. Velkou výhodou tohoto programu je, že nám umožní vkládat nejen běžný text ale i obrázky a matematický text. Obrázky je možno vkládat pomocí ikony obrázku, která se nachází v horním panelu pod položkou *Standard*. Pokud chceme vložit matematický text, využijeme položek *Presentation* a *Content*. V těchto položkách se nacházejí různé matematické symboly, které můžeme rozkliknout a vybrat si ten znak či rovnici, kterou potřebujeme. Jednotlivé vzorce je možno do sebe vnořovat, podobně jako je tomu u editoru rovnic programu *Microsoft Word*.

Pokud se nám písmo na výsledné skládačce zdá příliš malé, můžeme velikost písma změnit prostřednictvím ikony lupy se čtverečkovým pozadím (ve všech oknech kromě *Input*). Pokud jsme však do skládačky vnořili obrázky je velmi pravděpodobné, že tyto obrázky budou při zvětšení písma přesahovat okraje.

Pokud bychom se rozhodli zpětně změnit tvar skládačky, můžeme tak učinit prostřednictvím horní nabídky programů položkou *File – Properties – Change document type*, kde si můžeme zvolit jiný tvar skládačky. Program nás vždy varuje, že při změně skládačky s větším počtem dílků na skládačku s menším počtem dílků můžeme přijít o již vytvořené dvojice.

5.2. Typy na využití v praxi

Při vytváření skládačky je vždy vhodné předem promyslet, kolik času chceme skládání s žáky věnovat. Pokud chceme zařadit skládání jako krátkou aktivitu, měli bychom se vyvarovat skládačkám s mnoha díly. Naopak pokud program chceme použít na téma výrazů či rovnic, je vhodné se vyvarovat použití různých písmen jako neznámých, protože samo písmeno může napomoci řešení.

V mé osobní praxi jsem před tiskem verze *Output* upřednostňovala verzi *Solution*, která umožňovala tisknout menší dílky, jež mi pro žáky druhého stupně přišly jako dostačující (tato varianta má však tu nevýhodu, že neumožňuje vytisknout položku *Back Side*). Rovněž se mi osvědčilo, když jsem žákům vytiskla i prázdnou verzi *Solution*, na které si pak dílky skládali.

Řadu již hotových skládaček naleznete na

<http://www.mrbartonmaths.com/jigsaw.htm>.

5.3. Závěr

Přestože není program *Formulator Tarsia* příliš známý, jeho možnosti uplatnění jsou velmi široké. Lze ho využít ve výuce na prvním stupni, druhém stupni i na středních školách. Program je rovněž velmi dobře možné využít nejen ve výuce matematiky, ale také v celé řadě dalších předmětů...



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

6. Závěr

Technologie jsou pouze jedním z možných didaktických pomůcek, o jejichž vhodném začleňování musíme uvažovat s rozvahou. Dávají nám hodně možností, jak výuku zdokonalit po mnoha stránkách na druhou stranu naši výuku nezachrání sami o sobě. Asi jako ve všem i k technologiím ve výuce matematiky to chce přistupovat se selským rozumem a uvážit, co se mi jako učiteli hodí do výuky, do jaké míry a co se mi do výuky nehodí. Každý učitel má svůj specifický styl učení a dle něj se bude i lišit způsob využití technologií. Tento text pouze ukazuje několik málo možností, jak výuku pomocí ICT podpořit. Je ale na každém z nás, jak tyto možnosti převedeme do každodenní praxe.

7. Doporučená literatura

HAVELKOVÁ, Veronika. Formulator Tarsia – jednoduchý program pro tvorbu matematických skládaček. In: VONDROVÁ, Nad'a (ed.) *Dva dny s didaktikou matematiky 2014*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2014.

HAVELKOVÁ, Veronika. Program GeoGebra jako podpora výuky matematiky. In: VONDROVÁ, Nad'a (ed.) *Dva dny s didaktikou matematiky 2012*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2012.

HAVELKOVÁ, Veronika. GeoGebra NEJEN ve výuce funkcí. In: VONDROVÁ, Nad'a (ed.) *Dva dny s didaktikou matematiky 2013*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2013.

HAVELKOVÁ, Veronika. *GeoGebra ve vzdělávání matematice*. Praha, 2012. Diplomová práce. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

VANÍČEK, Jiří. *Kritéria evaluace výukových programů pro vyučování matematiky pomocí počítače* [online]. [cit. 2015-05-03]. Dostupné z: http://www.pf.jcu.cz/p-mat/texty/kriteria_sw.pdf

VANÍČEK, Jiří. *Počítačové kognitivní technologie ve výuce geometrie*. Vyd. 1. Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2009, 212 s. ISBN 978-80-7290-394-8.