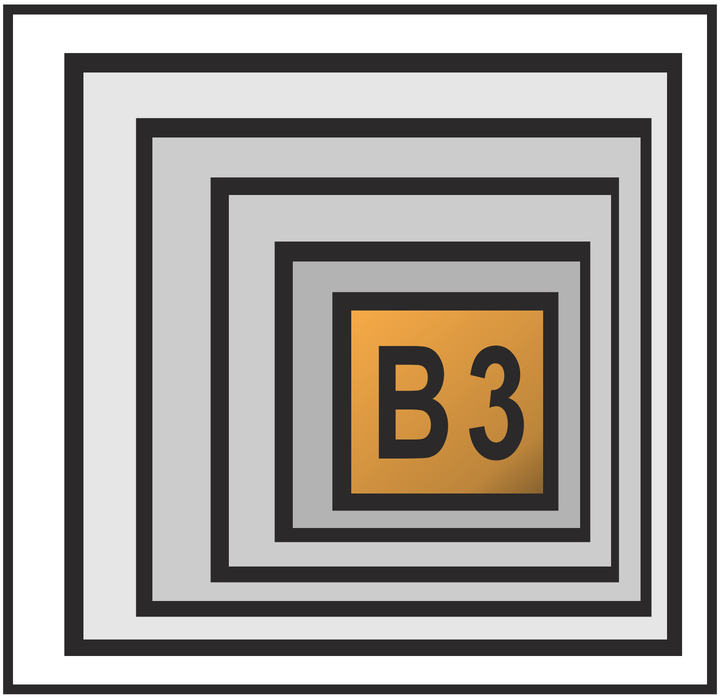
evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# 3D VE VÝUCE MATEMATIKY

## ŘEZY V PROGRAMU GEOGEBRA




# 3D VE VÝUCE MATEMATIKY

## ŘEZY V PROGRAMU GEOGEBRA

Mgr. Robert Havlásek

28. 05. 2015

# OBSAH

# 3D ve výuce matematiky – část o řezech v programu Geogebra

## Program Geogebra obecně

Program Geogebra je multiplatformní matematický software. Je zdarma pro nekomerční použití (přesně viz ***http://www.geogebra.org/license***).

Aktuálně běží na:

- běžném PC s Windows či s Linuxem,
- Macu se systémem MacOS (lze nainstalovat či stáhnout z AppStore),
- libovolném systému v prohlížeči Google Chrome jako ChromeApp,
- tabletu s Windows 8 (lze stáhnout z Windows Store),
- běžném tabletu s běžným Androidem (lze stáhnout z GooglePlay),
- libovolném zařízení provozujícím libovolný internetový prohlížeč s technologií Javascript.

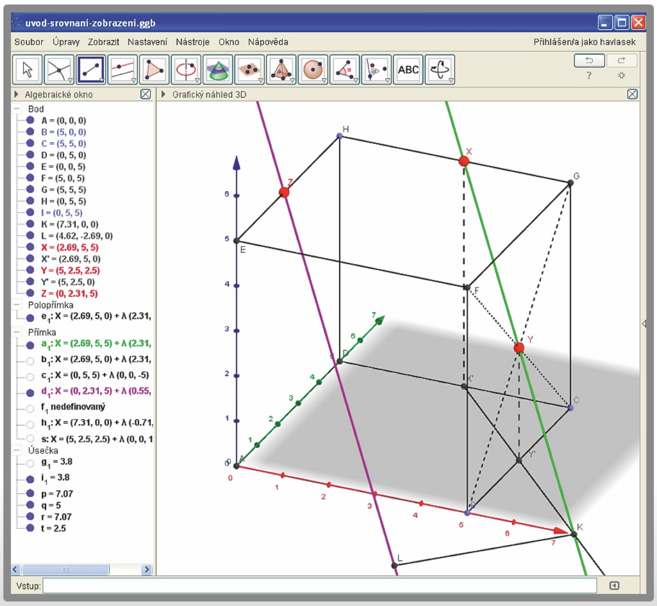
Výhledově tvůrci slibují i možnost:

- Geogebry pro telefony.

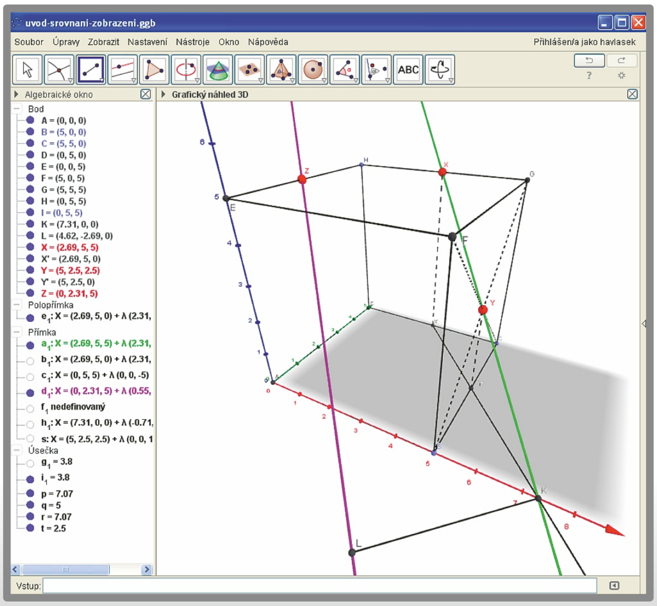
Kromě souborů uložených na disku (s příponou .ggb) je možné vystavovat rysy i na tzv. Geogebratube (***http://tube.geogebra.org/***), online úložišti, kde je možné rysy komentovat, sdílet ostatním, atp.

Program Geogebra umožňuje krokovat postup tvorby – tzv. krokování konstrukce. (Neznamená to ale, že zvolený postup je jediný možný, obvykle více cest vede k cíli.)

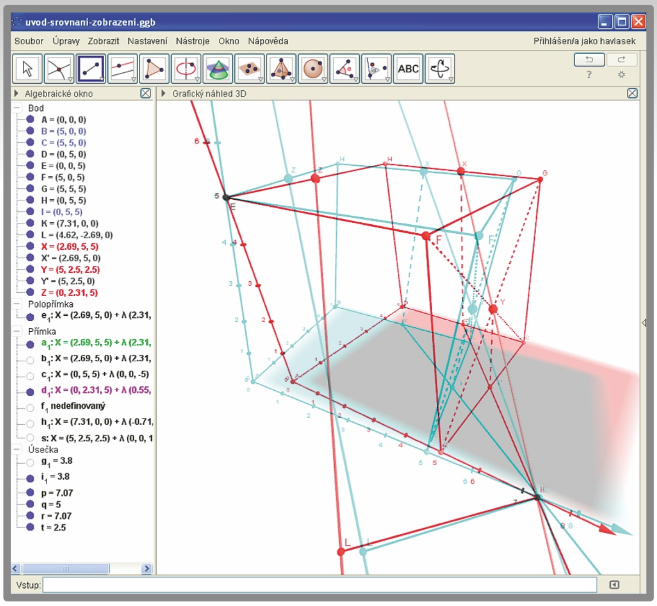
Od verze 5 nabízí program Geogebra možnost přepnutí do 3D režimu, v prostoru je možné tvořit objekty a řešit interakce mezi nimi. Zobrazovat prostor pak můžeme buď v pravoúhlém promítání (pro řezy doporučuji, zachovává totiž rovnoběžnost), nebo v perspektivním promítání, nebo dokonce anaglyficky (pro červenomodré 3D brýle). V následující situaci jsou ZL a XK rovnoběžky:



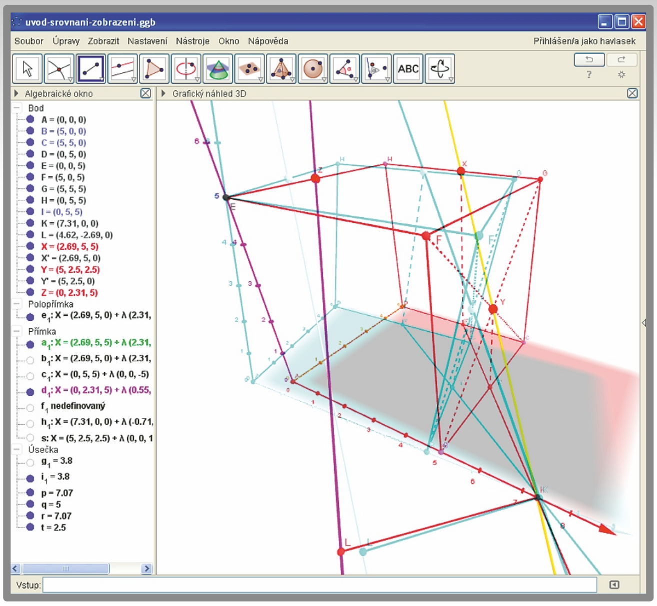
*pravoúhlé promítání*



*perspektivní promítání (nezachovává rovnoběžnost)*




*anaglyfické promítání ve stupních šedi*




*barevné anagl. promítání (oboje nutno s brýlemi)*

## Všeobecné informace o této sadě cvičení

Tématem sady jsou řezy na tělesech řešené v programu Geogebra 5. Účelem této sady není naučit čtenáře s Geogebrou pracovat, účelem této sady je vysvětlit čtenáři pravidla tvorby řezů těles a umožnit mu ověřit si implementaci těchto pravidel na konkrétních příkladech. I když jsou všechny příklady zpracované i v 3D režimu programu Geogebra, postup řezu (konstrukce polopřímek, průniků, atp.) je stejný jako ve volném rovnoběžném promítání „ve 2D sešitě“ – jen pohled na těleso je jiný.

Každé cvičení je číslované (01, 02, atd.), zadání je vždy jedinečné. Je-li v rámci cvičení zpracováno více možných řešení (více postupů řezu), jsou tato řešení odlišena písmenem (01a, 01b, atd.)

Řežeme vždy rovinou určenou body X, Y, Z (ty jsou v každém zadání označeny červeně). U krychle značíme vrcholy písmeny A, B, C, D, E, F, G, H, u jehlanu podstavu písmeny A, B, C, atd. a vrchol V. U hranolu značíme vrcholy spodní podstavy písmeny ze začátku abecedy a vrcholy horní podstavy v abecedě plynule pokračují. Pomocné body (vzniklé v průběhu konstrukce řezu) obvykle značíme K, L, M, atd. Konstruujeme-li projekci zvolených bodů do zvolené roviny (obvykle určené jednou ze stěn), odpovídající si obrazy jsou v projekci značeny písmeny s čárkou, např. X', K', atp. Přímky a úsečky nejsou značeny obvyklými malými písmeny, ale mají popisek udávající pořadí, ve kterém vznikly a písmeno pravidla (v této sadě jsou používána pravidla (A), (B), (C) a (D)), tedy např. 1(A), 2(B), 3(C), atp. Z těchto popisků lze vždy zrekonstruovat postup, a to i z vytištěného řešení či z řešení překresleného na papír ve volném rovnoběžném promítání.

V souhrnu naleznete ke každému cvičení:

- zadání zde v textu (v samostatné kapitole níže), včetně obrázku situace ve volném rovnoběžném promítání a v 3D,
- 01-zadani-2D.ggb … soubor s narýsovaným zadáním v 2D pohledu ve volném rovnoběžném promítání,
- 01-zadani-3D.ggb … soubor s narýsovaným zadáním v 3D pohledu,
- řešení zde v textu (za zadáním), vč. obrázků ve volném rovnob. promítání a v 3D,
- 01-reseni-2D.ggb … soubor s narýsovaným řešením v 2D pohledu ve volném rovnoběžném promítání – postup řešení lze projít metodou krokování konstrukce,
- 01-reseni-3D.ggb … soubor s narýsovaným řešením v 3D pohledu – i zde lze krokovat konstrukci,
- u více variant: 01a-reseni-2D.ggb, 01a-reseni-3D.ggb, 01b-reseni-2D.ggb, 01b-reseni-3D.ggb, atd.

## Pravidla pro tvorbu řezů

Formálně: Řez tělesa je průnik zadaného tělesa se zadanou rovinou. Vznikne rovinný n-úhelník (s výjimkou singulárních případů – řezem může být prázdná množina, bod, úsečka či více úseček), jehož hranici značíme v našem řešení červeně.

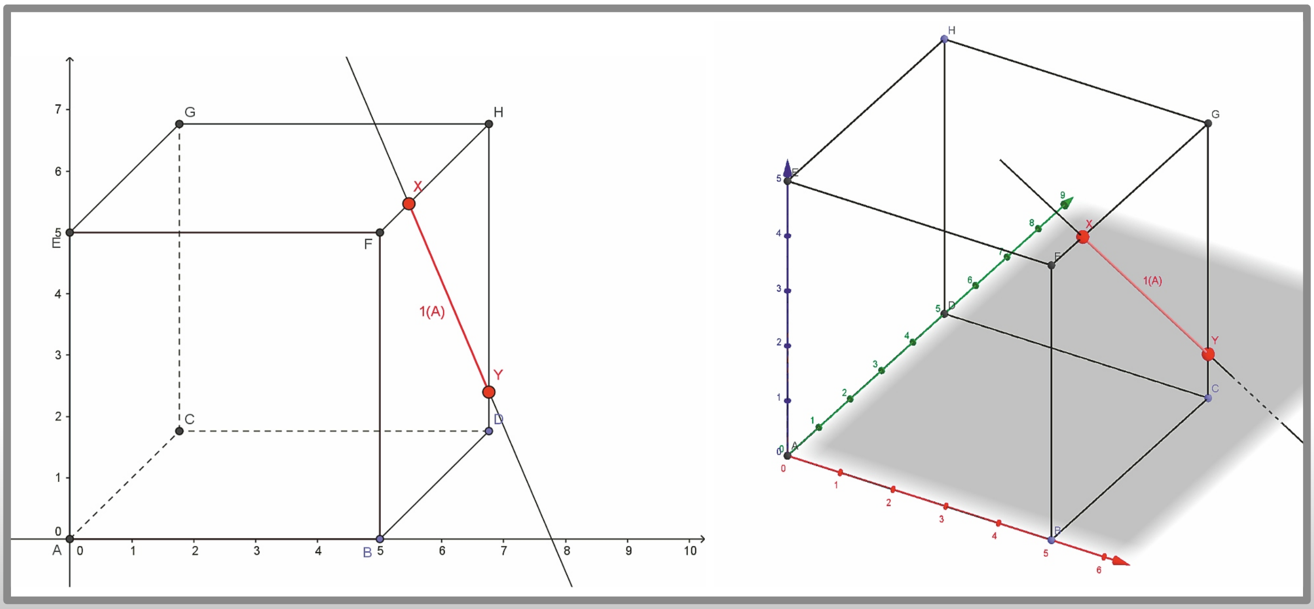
Následující pravidla je nutno při každém kroku řezu aplikovat postupně shora dolů.

- Je-li možné někde použít pravidlo (A), vždy jej použiji.
- V opačném případě: je-li možné použít (B), použiji.
- Jinak musím sáhnout po (C).
- Teprve když ani (A) ani (B) ani (C) v danou chvíli nejde použít, použiji (D).

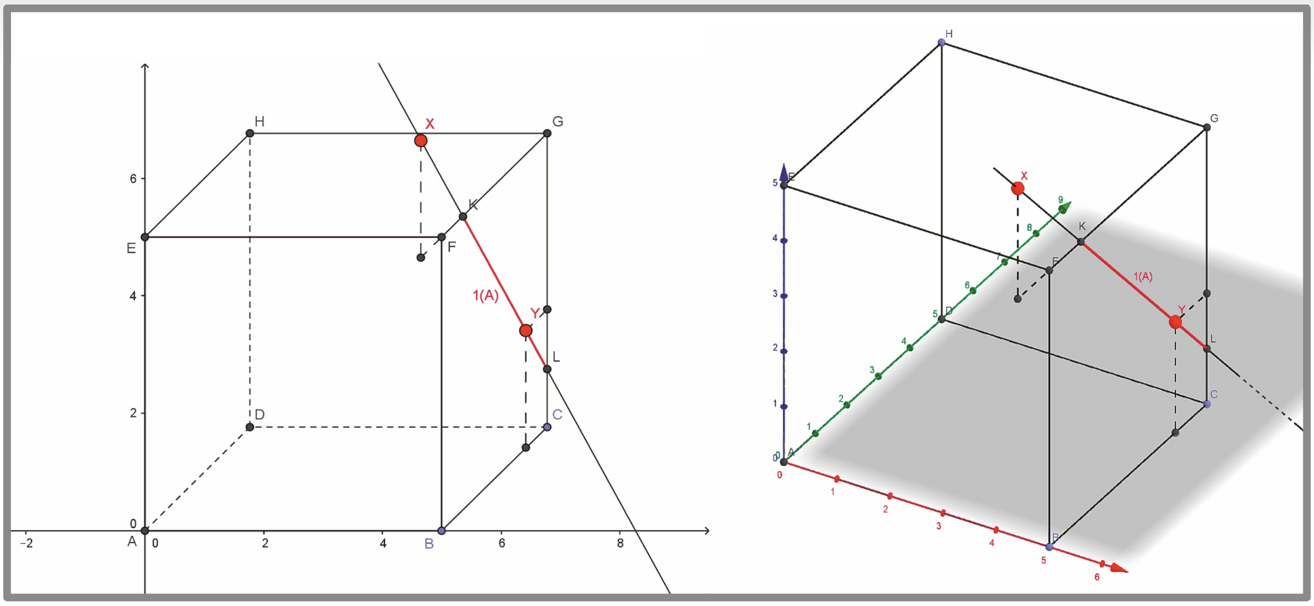
Postup, kdy použiji pravidlo s vyšším písmenem namísto možného nižšího, obvykle vede ke složitějšímu způsobu řešení (vždy samozřejmě správnému).

**Pravidla zní:**

(A) SPOJIT: Dva body, které jsou součástí řezné roviny a figurují ve stejné rovině dané stěnou tělesa, můžeme spojit přímkou. Ta část přímky, která je uvnitř stěny tělesa, tedy úsečka, je součástí hrany řezného mnohoúhelníka, označíme ji červeně a její hraniční body též označíme (písmeny K, L, atp.). Příklad použití pravidla (A):

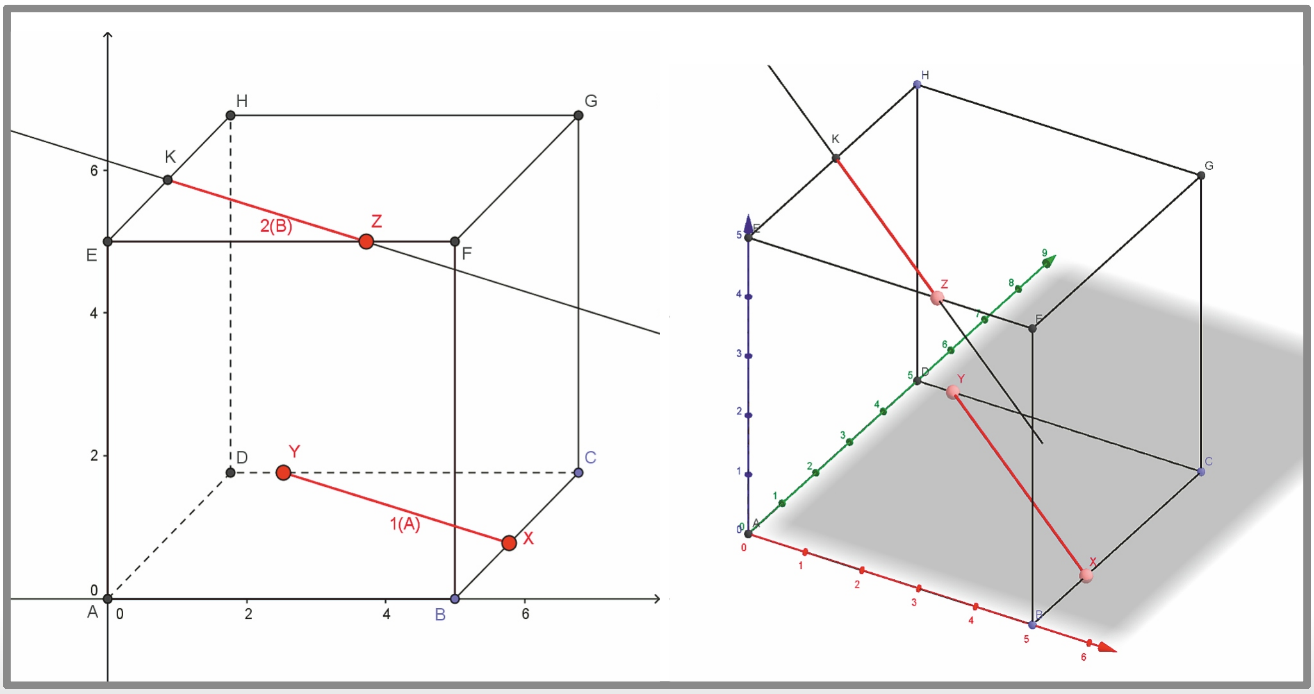


Jiný příklad použití pravidla (A): (Pozn.: X ∉ GH, jejich obrazy jen mírně splývají při promítání.)

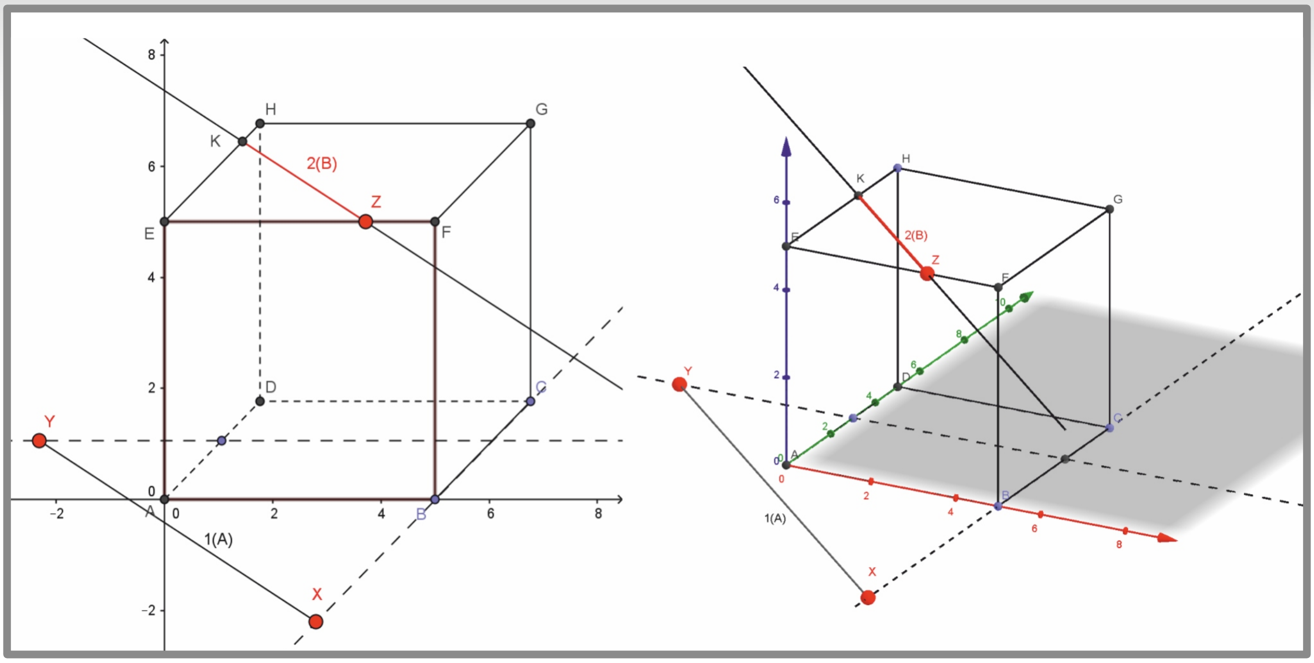



(B) ROVNOBĚŽKA: S úsečkou, která je součástí řezné roviny a zároveň roviny určené stěnou tělesa, můžeme vést rovnoběžku třetím bodem řezné roviny umístěným v rovině určené protilehlou stěnou tělesa. Ta část zkonstruované rovnoběžky, která je uvnitř stěny tělesa, tedy úsečka, je rovněž součástí hrany řezného mnohoúhelníka.

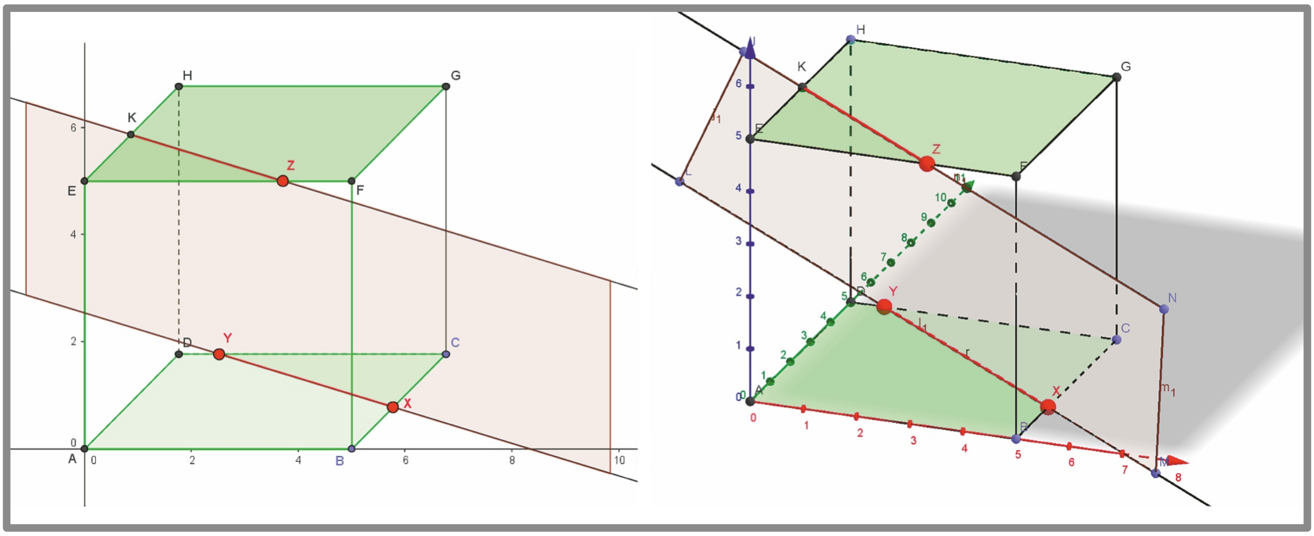
Příklad použití pravidla (B):



Jiný příklad použití pravidla (B):



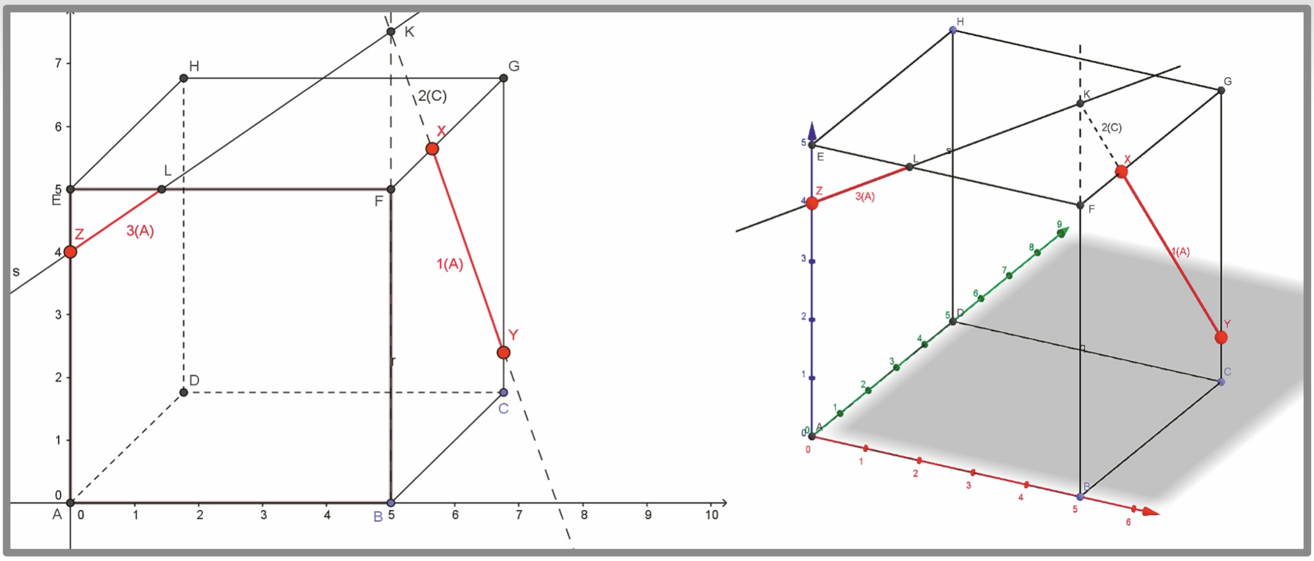

Formálně vzato, pronikneme-li dvě rovnoběžné roviny třetí rovinou s nimi různoběžnou, průnikem jsou dvě rovnoběžné přímky:




(C) PROTÁHNOUT: Úsečku, která je součástí řezné roviny a zároveň roviny určené stěnou tělesa, lze „protáhnout“ (sestrojit jí určenou přímku či polopřímku), která na přímce vzniklé protažením vhodné hrany tělesa protne bod, jenž je součástí řezu a zároveň jiné stěny tělesa.

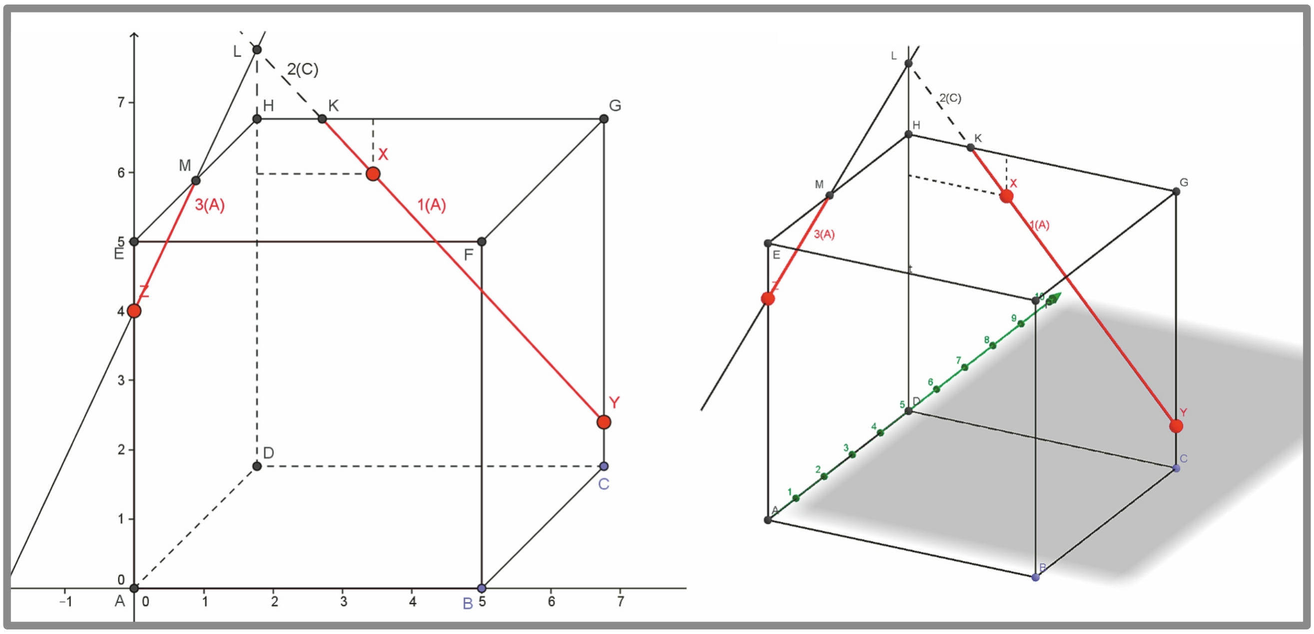
Ideální je protahovat úsečku do stěny, v níž je jiný bod řezu.

Příklad použití pravidla (C):

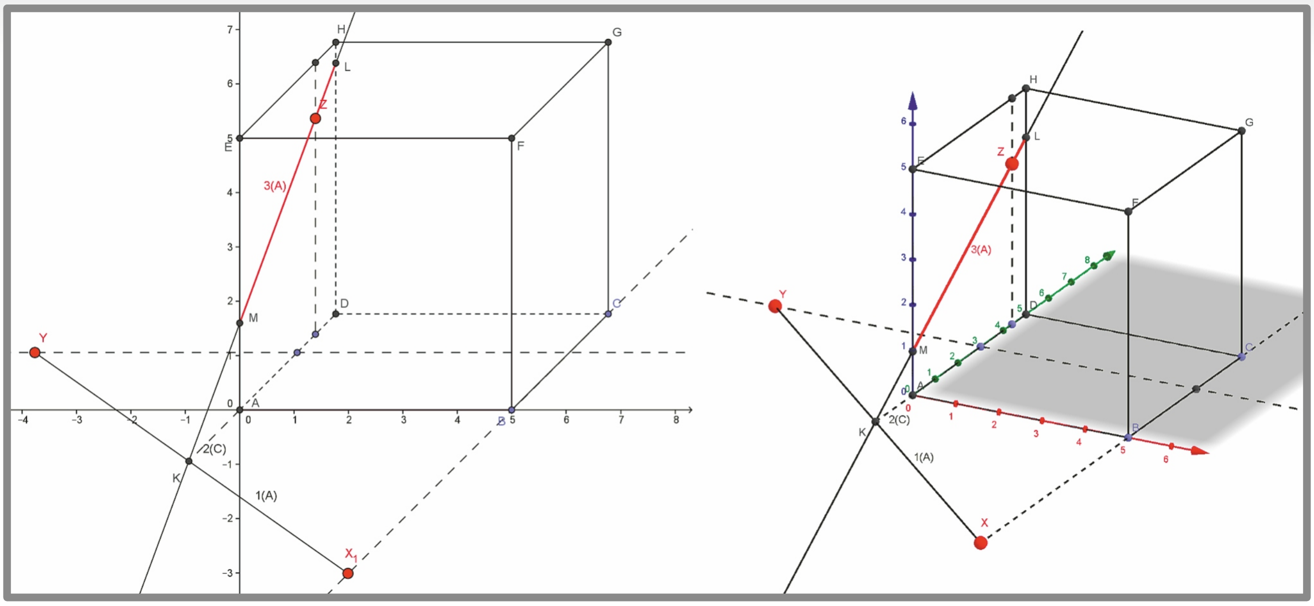



Úsečku XY (která je celá v pravé stěně) jsme „protáhli“ do roviny přední stěny (v níž je bod Z). Fyzicky jsme tedy našli průnik přímky XY s pravou přední hranovou přímkou krychle (tedy BF).

Jiný příklad použití pravidla (C):



Občas stačí namísto protažení úsečky řezu protáhnout jen hranu, viz ještě jeden příklad na použití pravidla (C), i když lehce zvláštního:

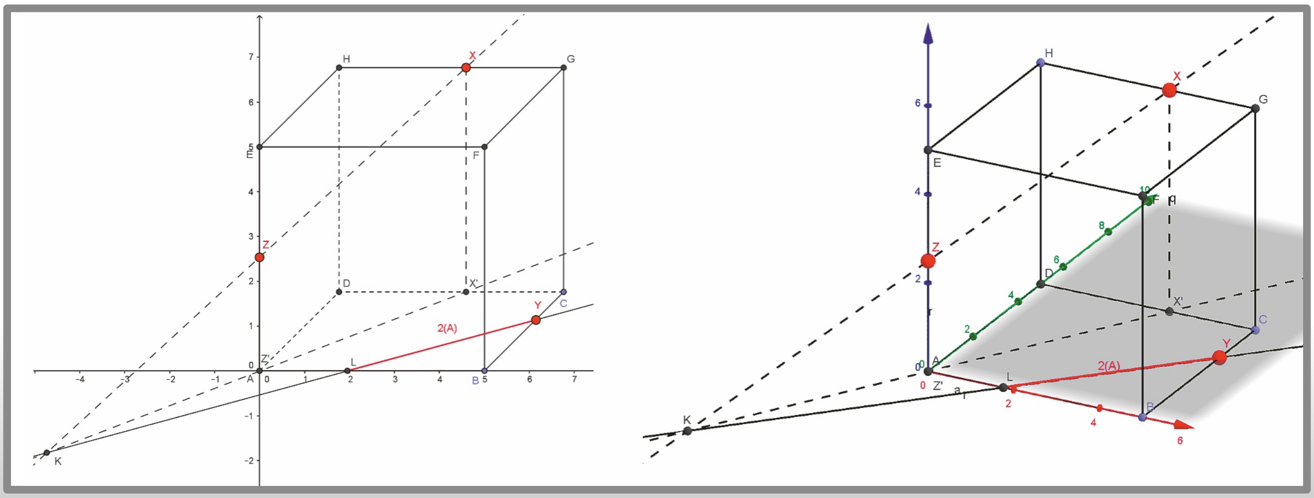



Formálně vzato, hledáme vrchol trsu tří různoběžných rovin (roviny řezu a dvou rovin daných stěnami krychle).

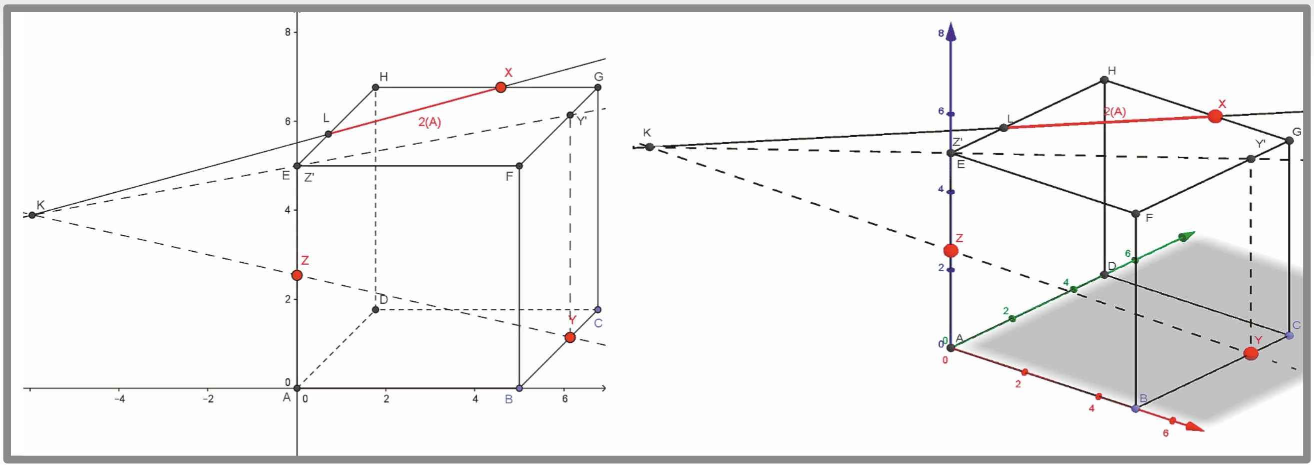
(D) STÍN (neboli PROJEKCE KOLMÝM PRŮMĚTEM): V případech, kdy v zadání nejsou žádné dva body ve společné rovině dané stěnou tělesa, musíme vést přímku (nechť je to třeba XY) „skrz těleso“. Pozor, tato přímka netvoří hrany řezu. Najdeme-li ale její stín X'Y' v protější stěně (v níž je třetí zadaný bod Z), průnik XY ∩ X'Y' určí dopad XY do této stěny, tedy bod řezné roviny, jenž lze spojit se Z.
(Poznámka: Pojmenování bodů X, Y, Z lze samozřejmě zaměnit.)
Situaci si představíme, jako bychom z jednoho směru na přímku XY svítili rovným světlem a v protější stěně umístili papír, na nějž stín dopadne.

Na jednom konkrétním zadání si představíme projekci ze všech šesti směrů:

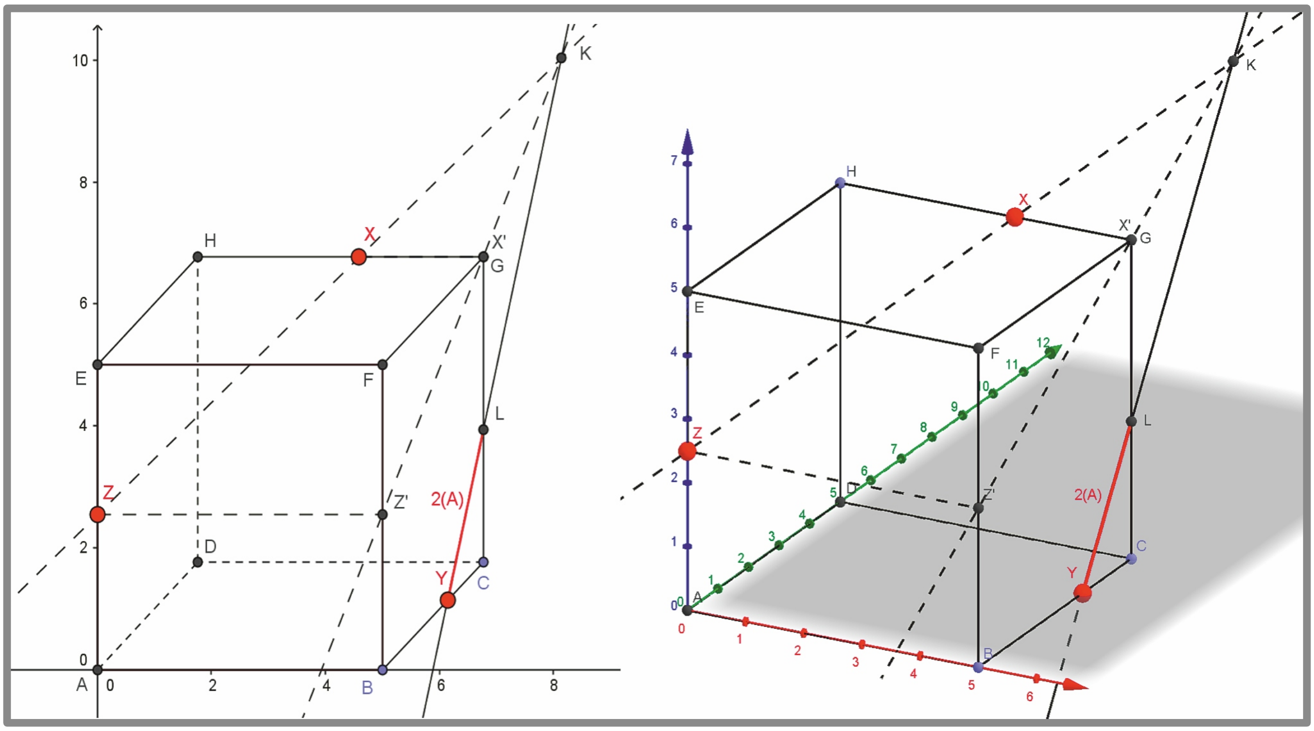
Svítíme-li světlem shora (pro člověka nejpřirozenější představa, jsme zvyklí na gravitaci) na úsečku XZ, hledáme její stín X'Z' v rovině dané spodní stěnou.
Patu stínu K pak spojíme s Y:



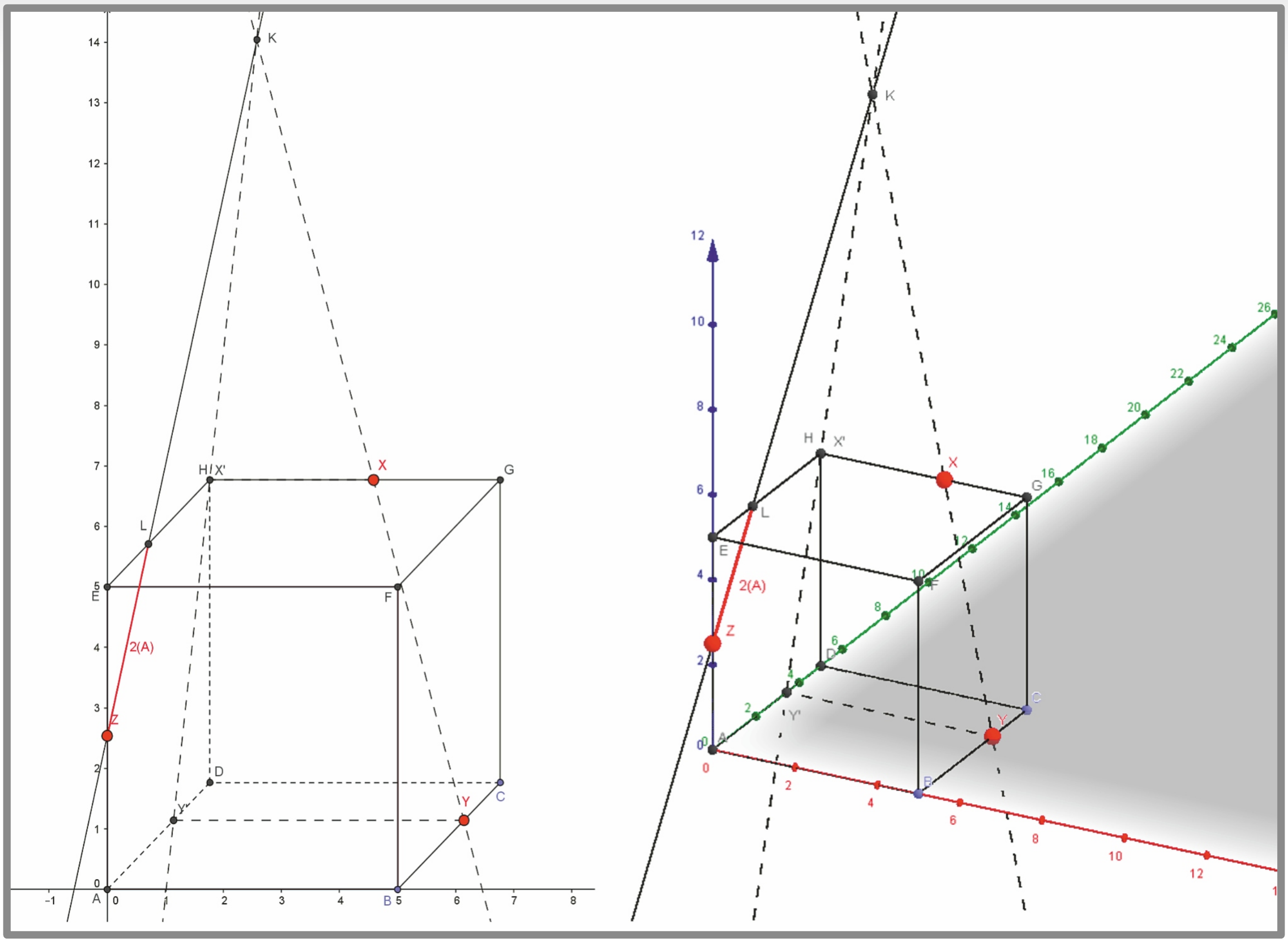
Svítíme-li světlem zdola, hledáme stín přímky YZ v rovině dané horní stěnou, patu stínu spojíme s bodem X:



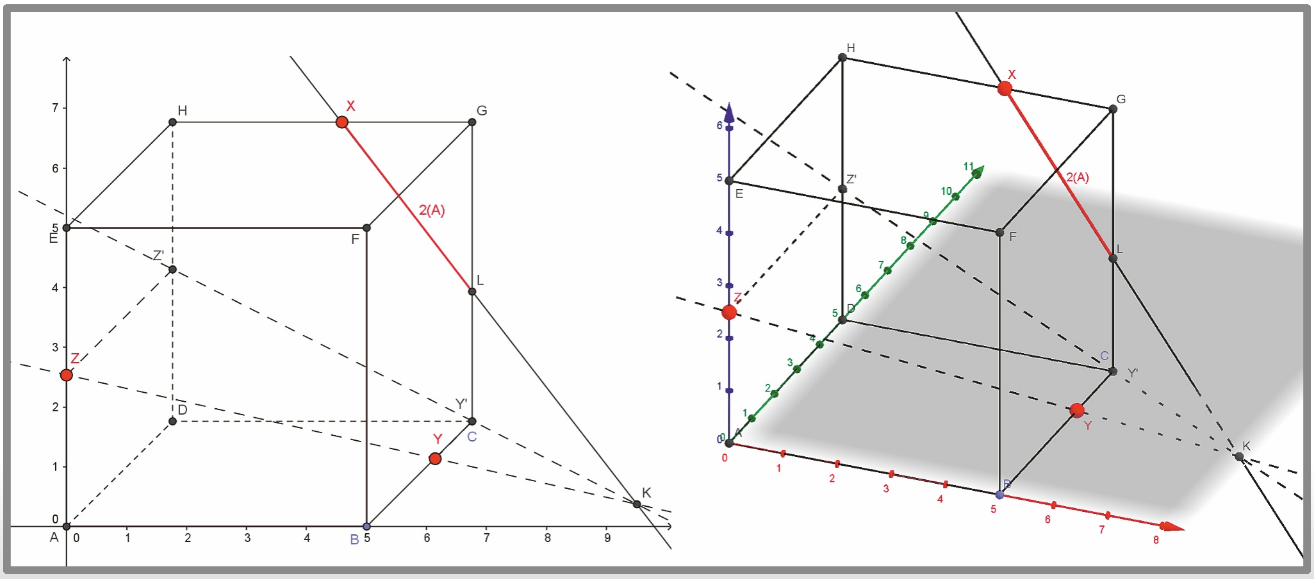

Svítíme-li světlem zleva, hledáme stín přímky XZ v rovině dané pravou stěnou, patu stínu spojíme s bodem Y:



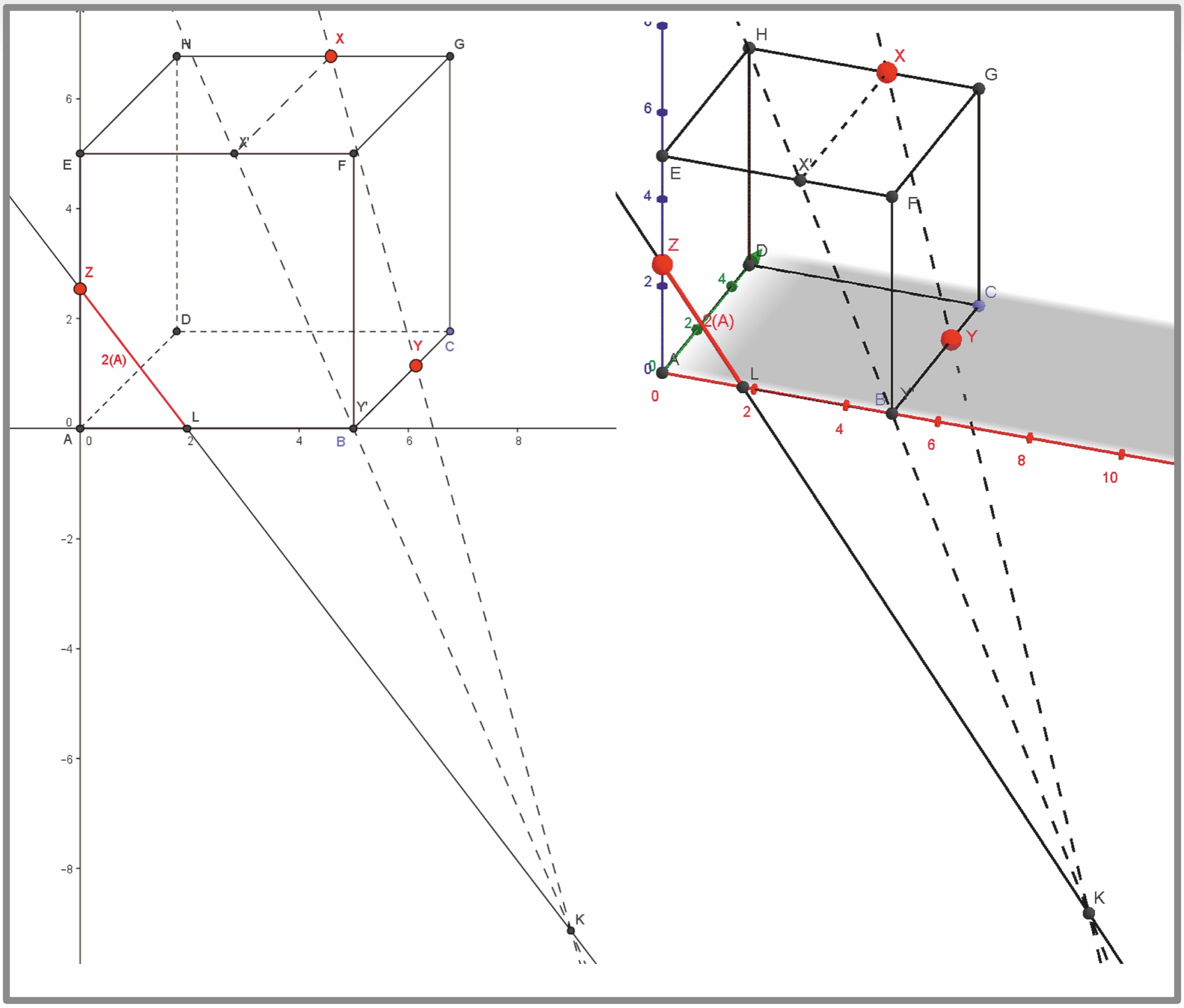
Svítíme-li světlem zprava, hledáme stín přímky XY v rovině dané levou stěnou, patu stínu spojíme s bodem Z:




Svítíme-li světlem zepředu, hledáme stín přímky ZY v rovině dané zadní stěnou, patu stínu spojíme s bodem X:



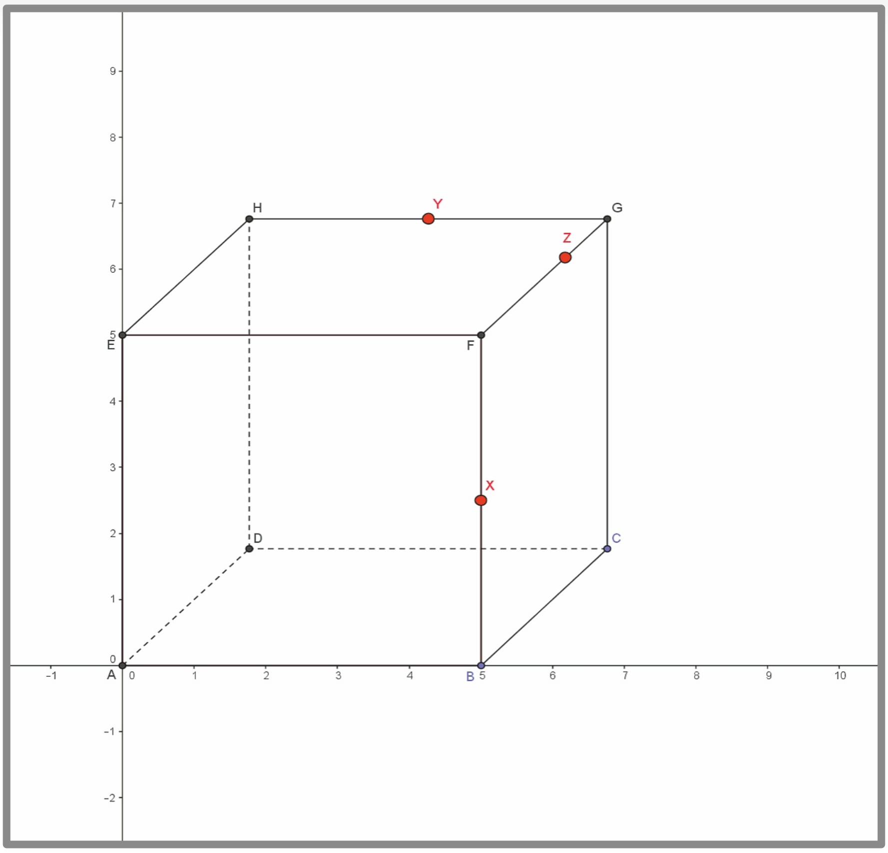
Svítíme-li světlem zezadu, hledáme stín přímky XY v rovině dané přední stěnou, patu stínu spojíme s bodem Z:

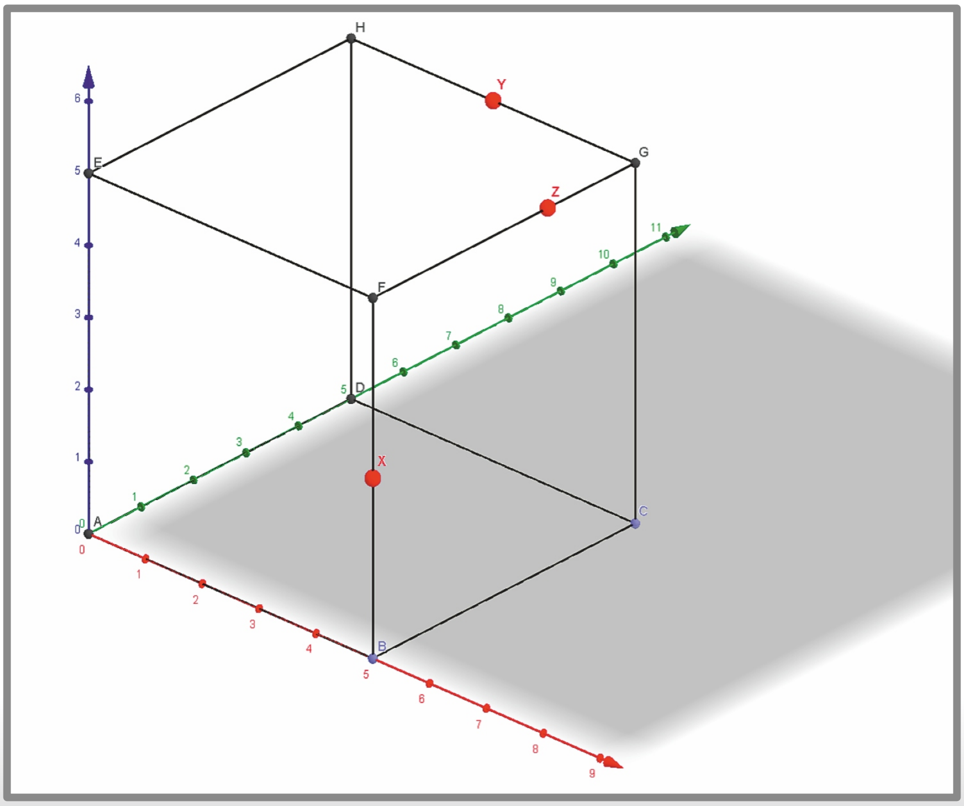


# Zadání jednotlivých cvičení

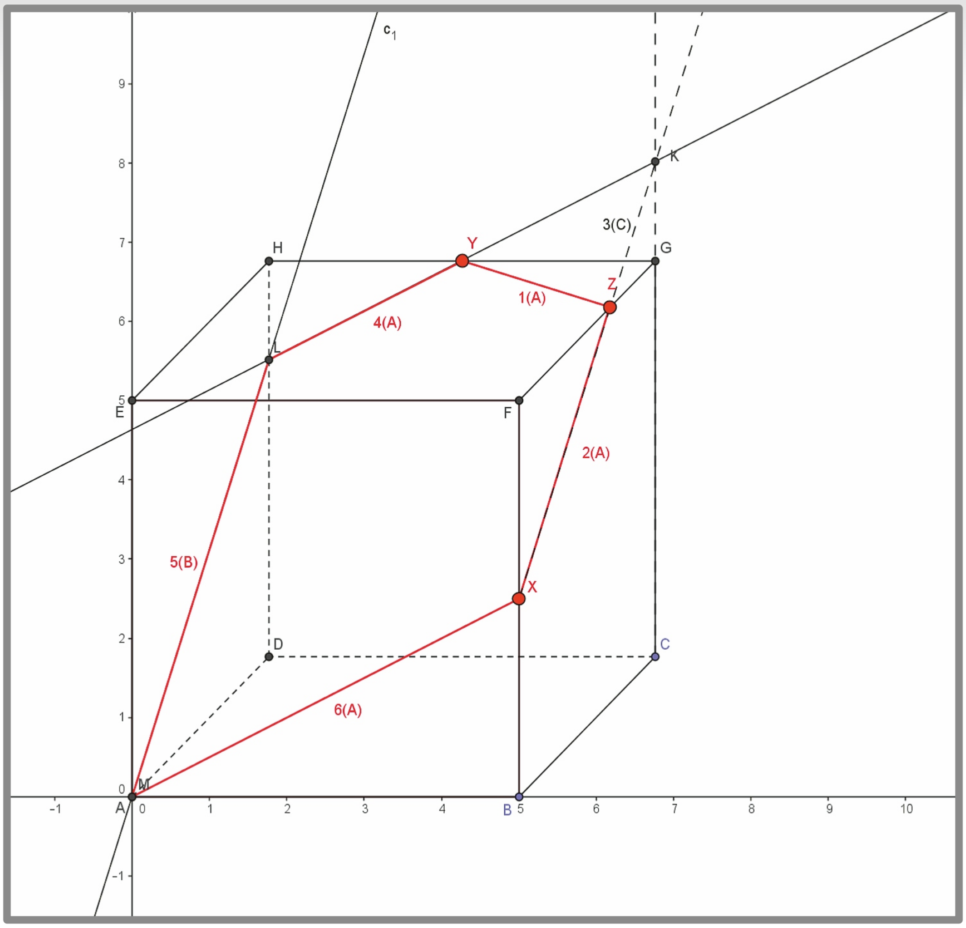
## Cvičení 01 – zadání

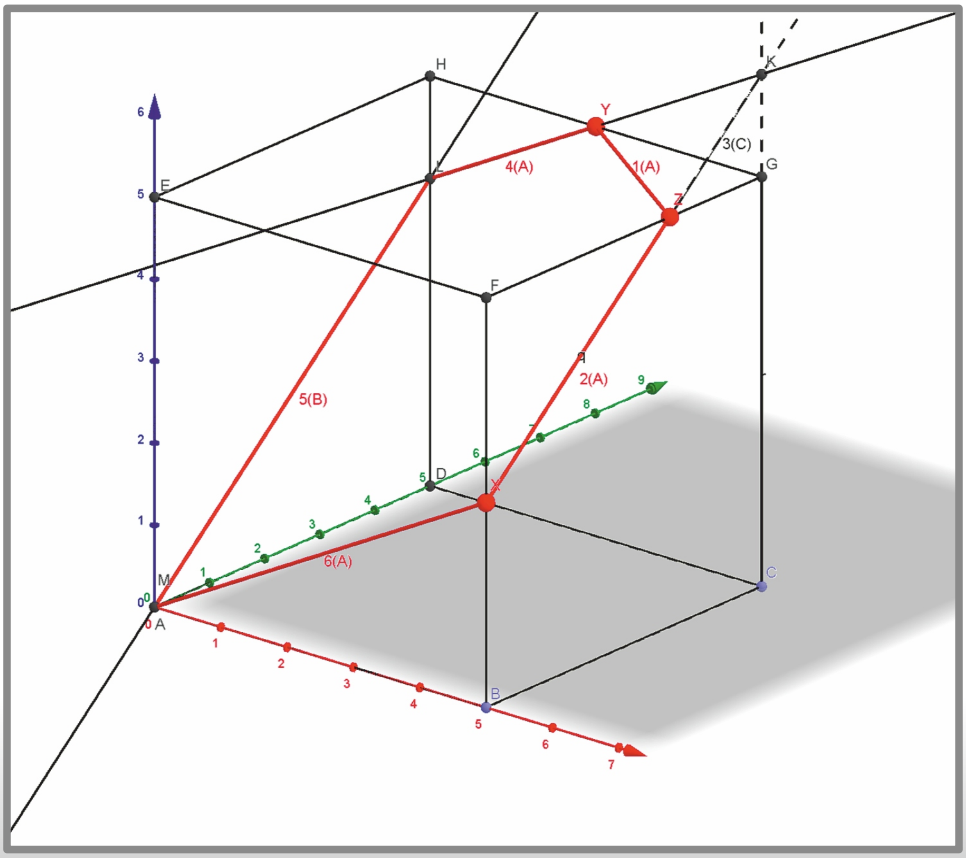
- X = SBF
- Y = SGH
- Z ϵ FG
  ($|FZ| = \frac{2}{3} \cdot |FG|$)



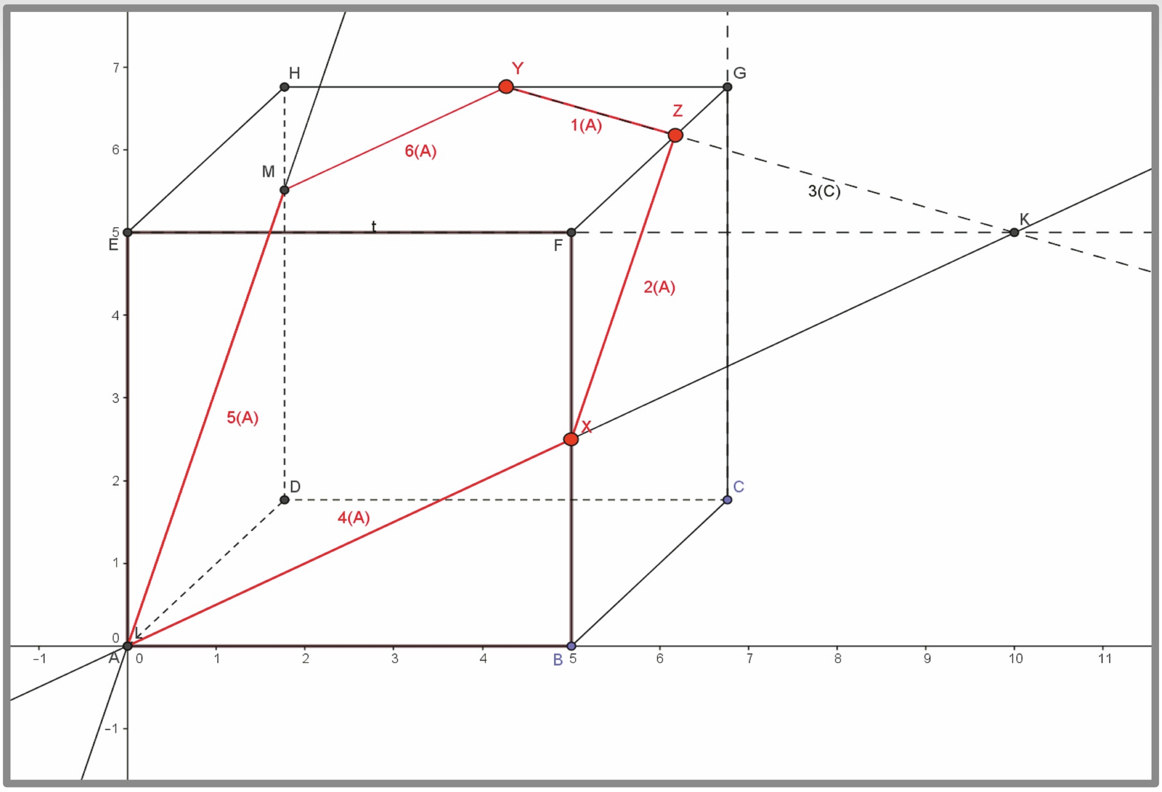



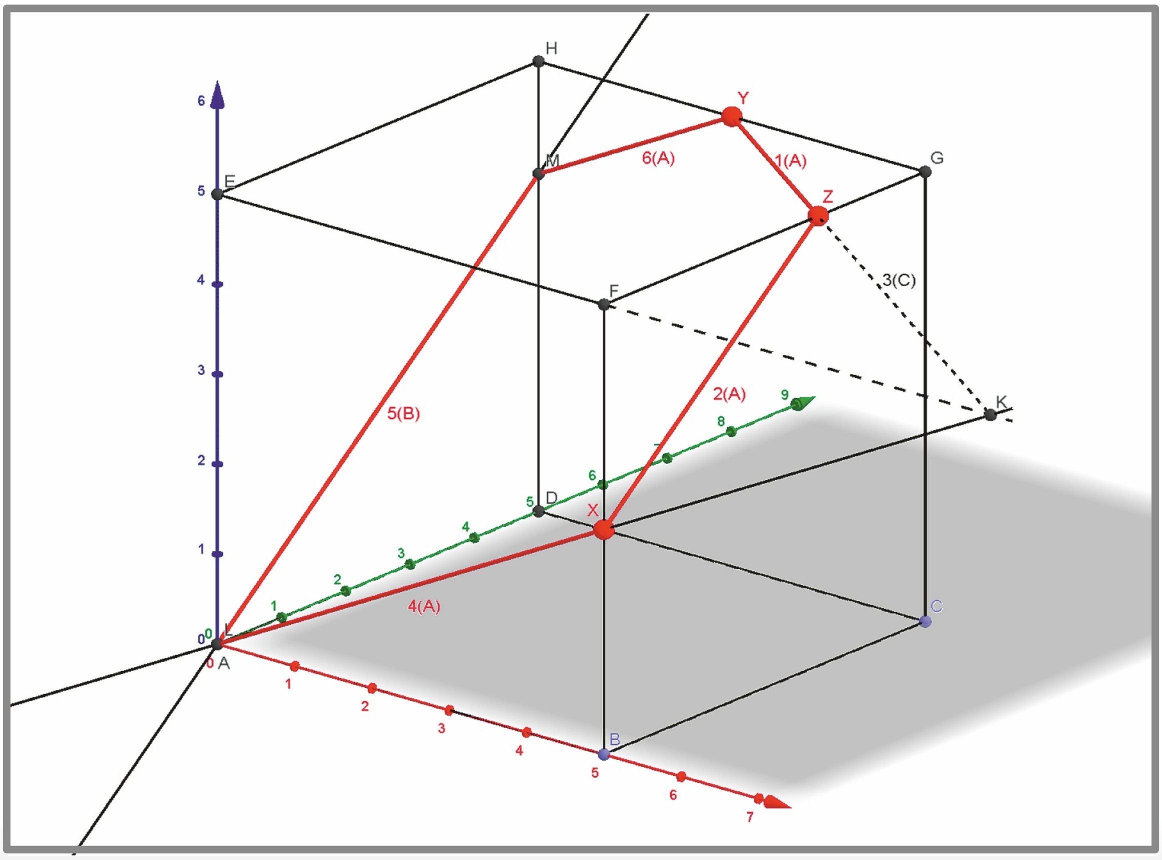
## Cvičení 01 – řešení – varianta a)



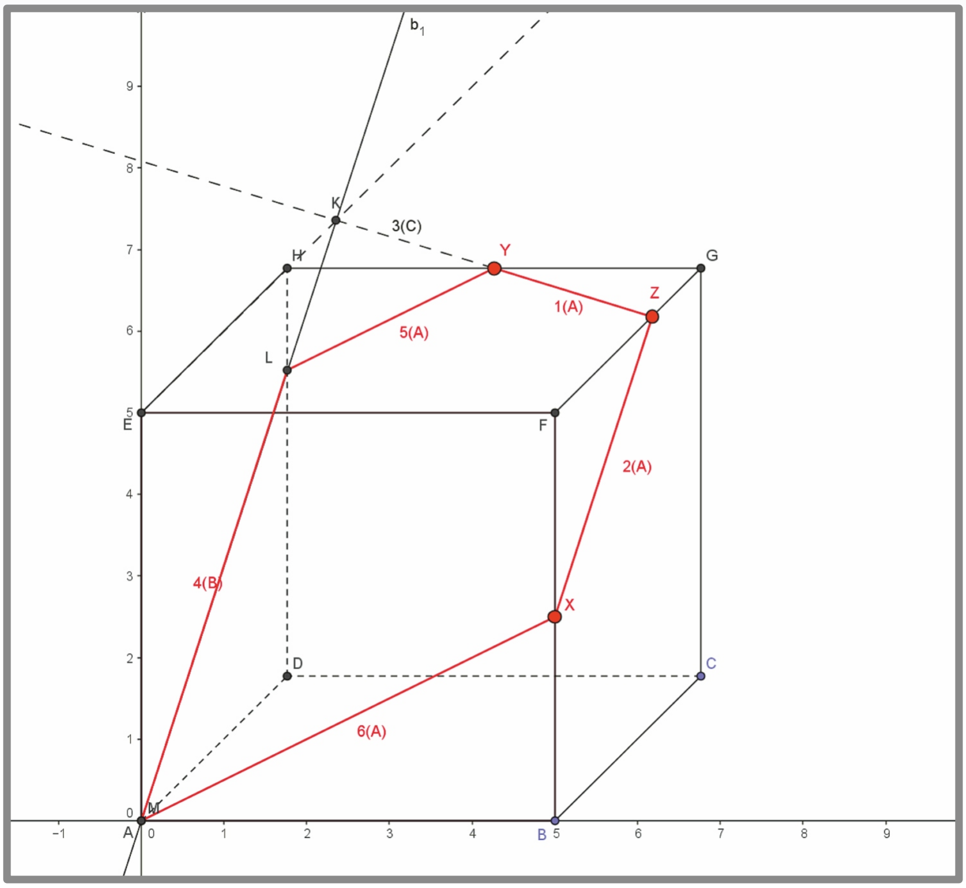
## Cvičení 01 – řešení – varianta b)

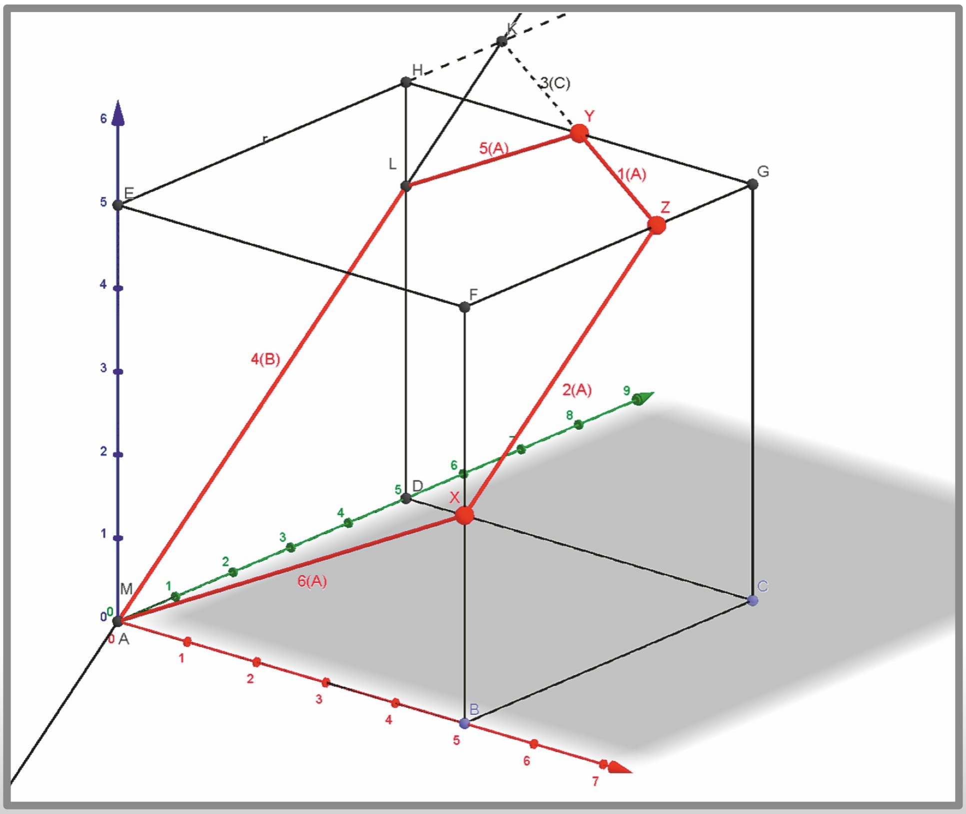


## Cvičení 01 – řešení – varianta c)

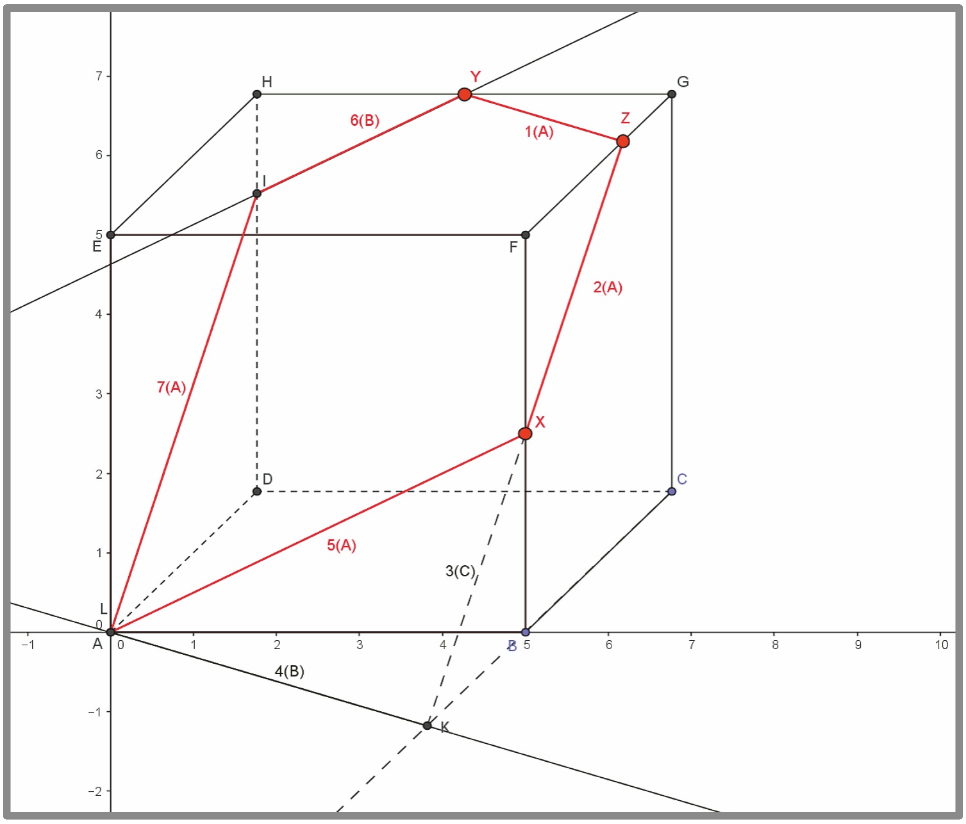
Tato varianta je lehce komplikovanější – protahujeme ZY do levé horní hrany, výsledný bod K v levé stěně ale nelze spojit rovnou, je třeba jím vést rovnoběžku 4(B) s XZ.

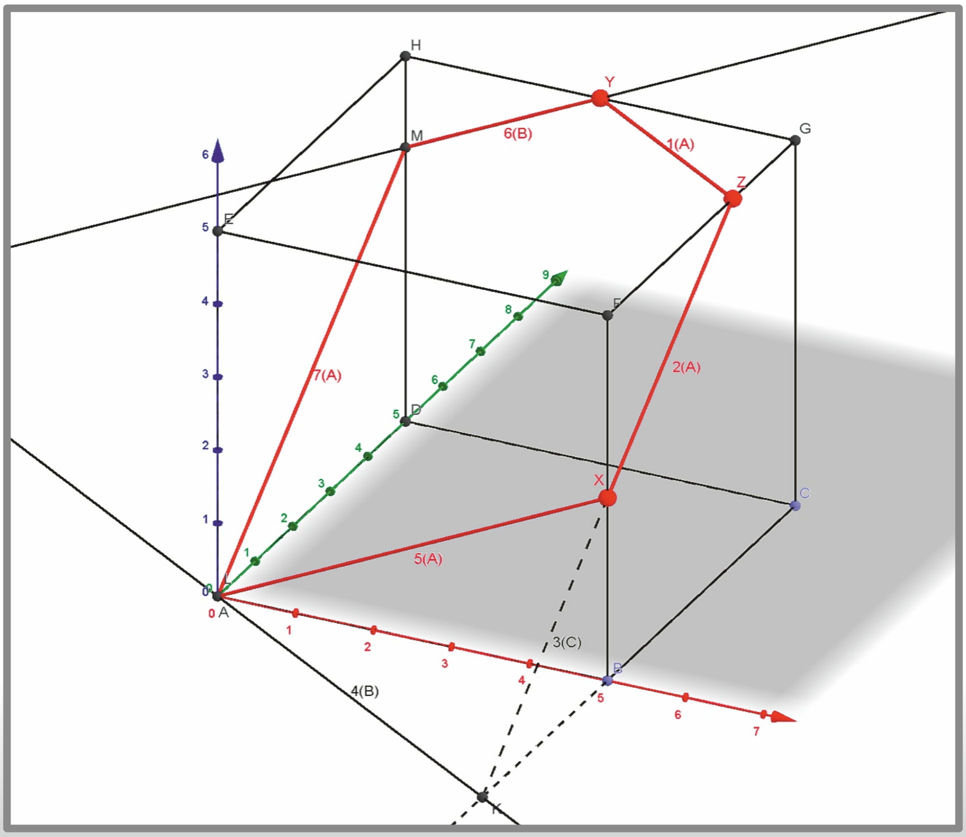


## Cvičení 01 – řešení – varianta d)

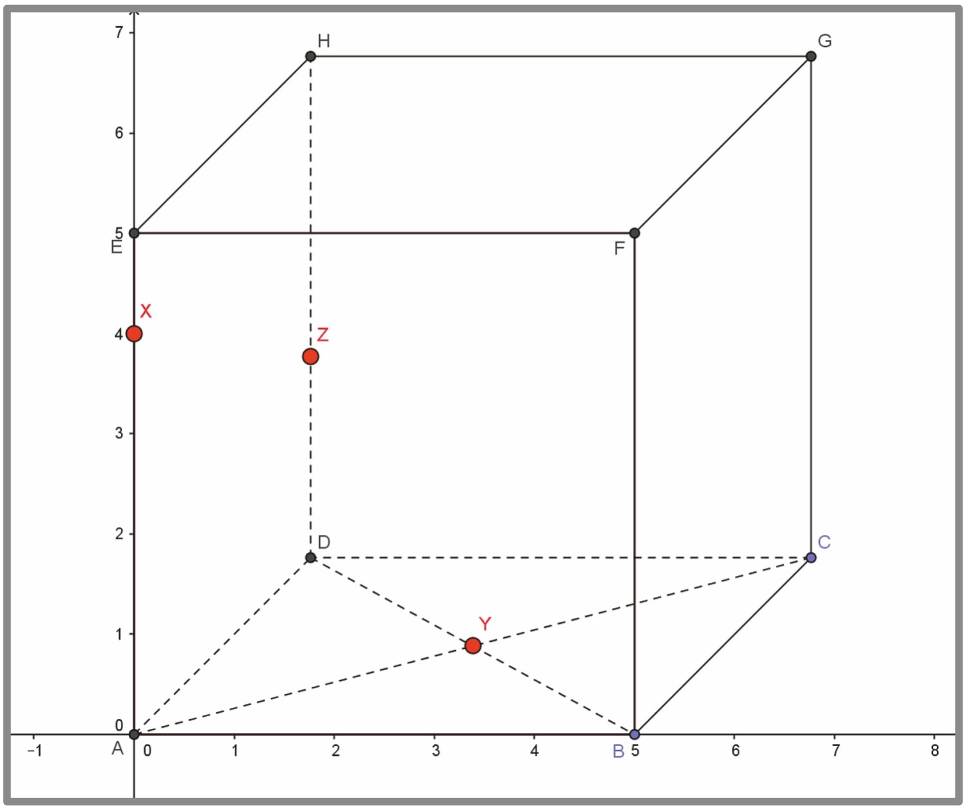
I tato varianta je lehce komplikovanější – protahujeme XZ do pravé spodní hrany, výsledný bod K v spodní stěně ale nelze spojit rovnou, je třeba jím vést rovnoběžku 4(B) s YZ. Ta protne krychli pouze v bodě A=L, který je jediný ze spodní podstavy součástí plochy řezu.

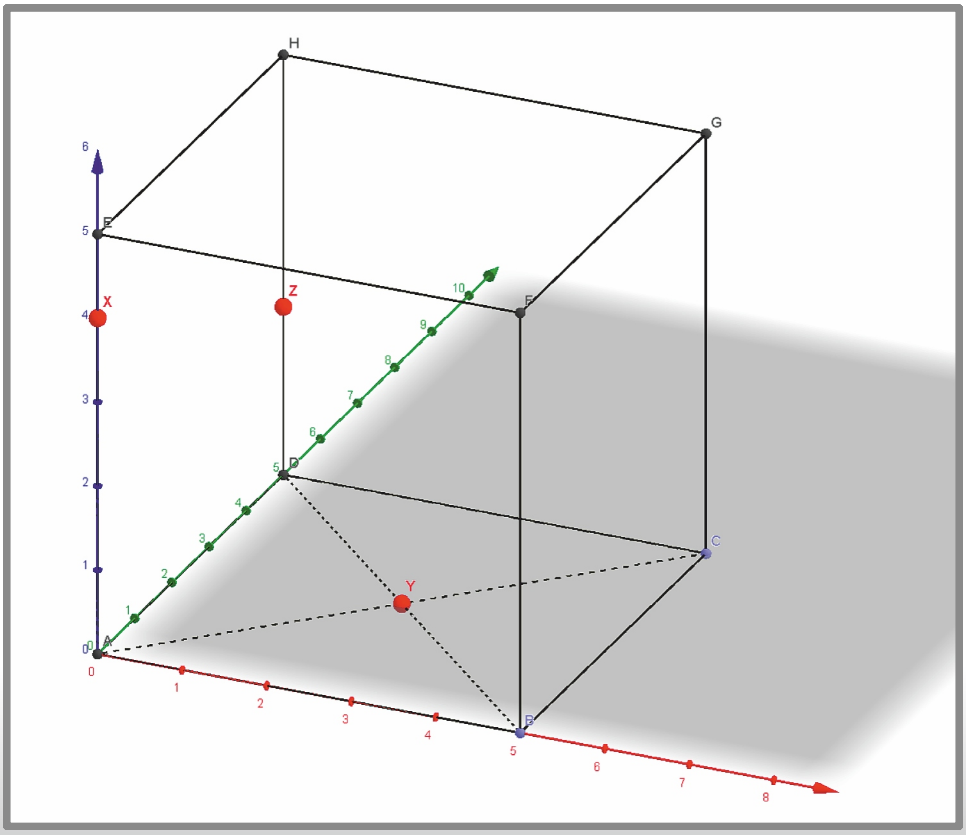


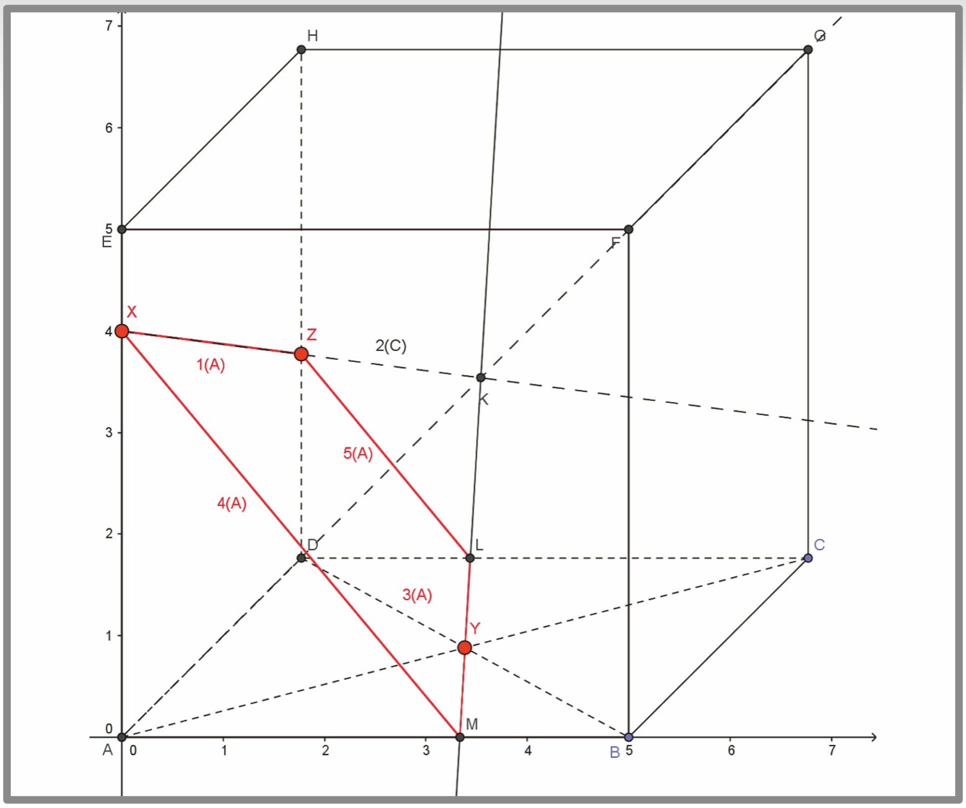
# Cvičení 02 – zadání

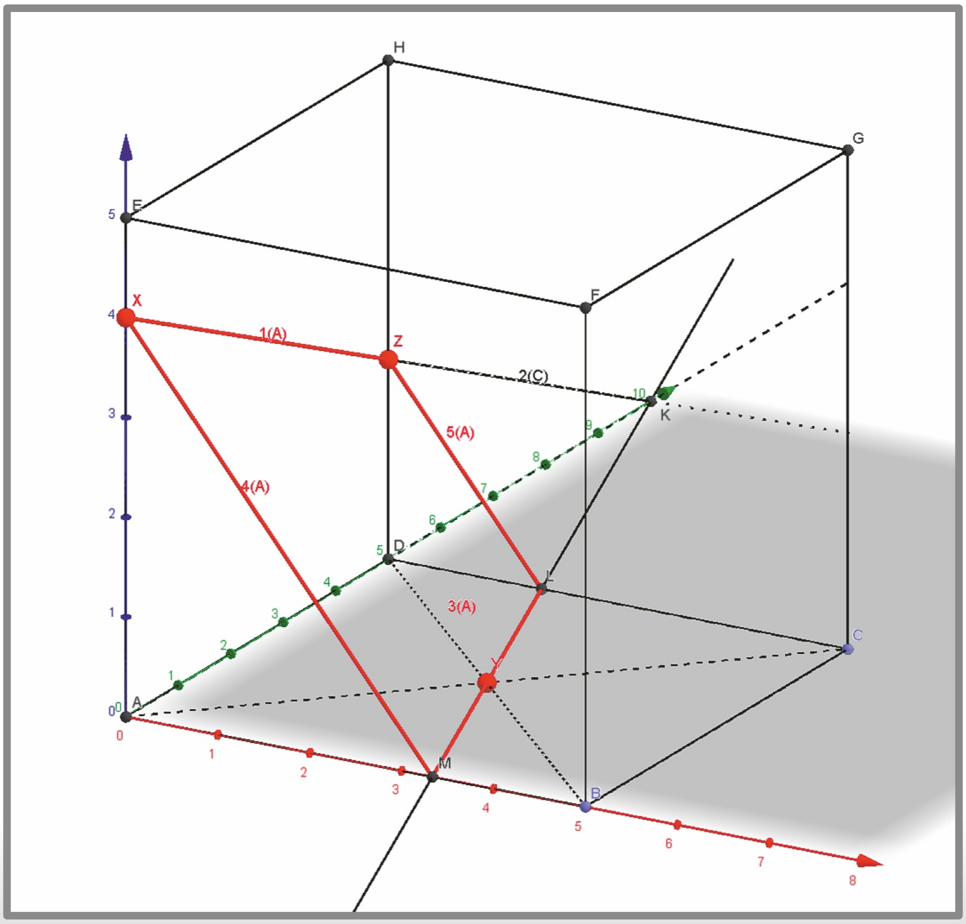
- X ϵ úsečce AE ($|AX| = \frac{4}{5} \cdot |AE|$)
- Y je střed spodní podstavy ABCD
- Z ϵ úsečce DH ($|DZ| = \frac{2}{5} \cdot |DH|$)



## Cvičení 02 – řešení

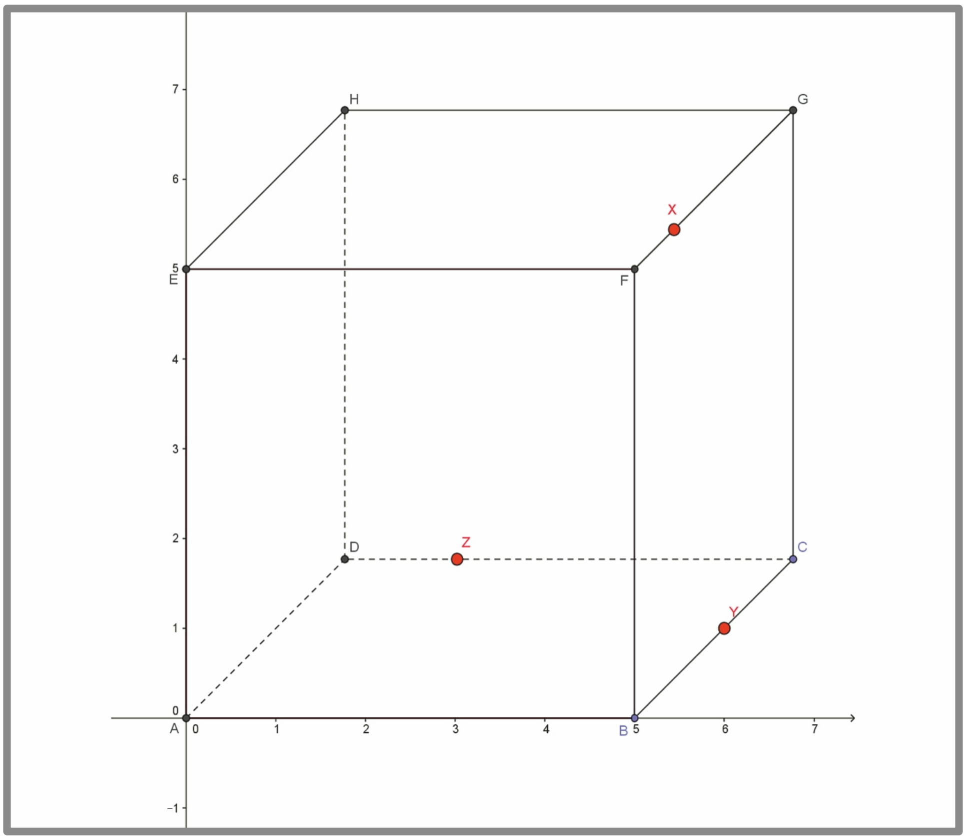


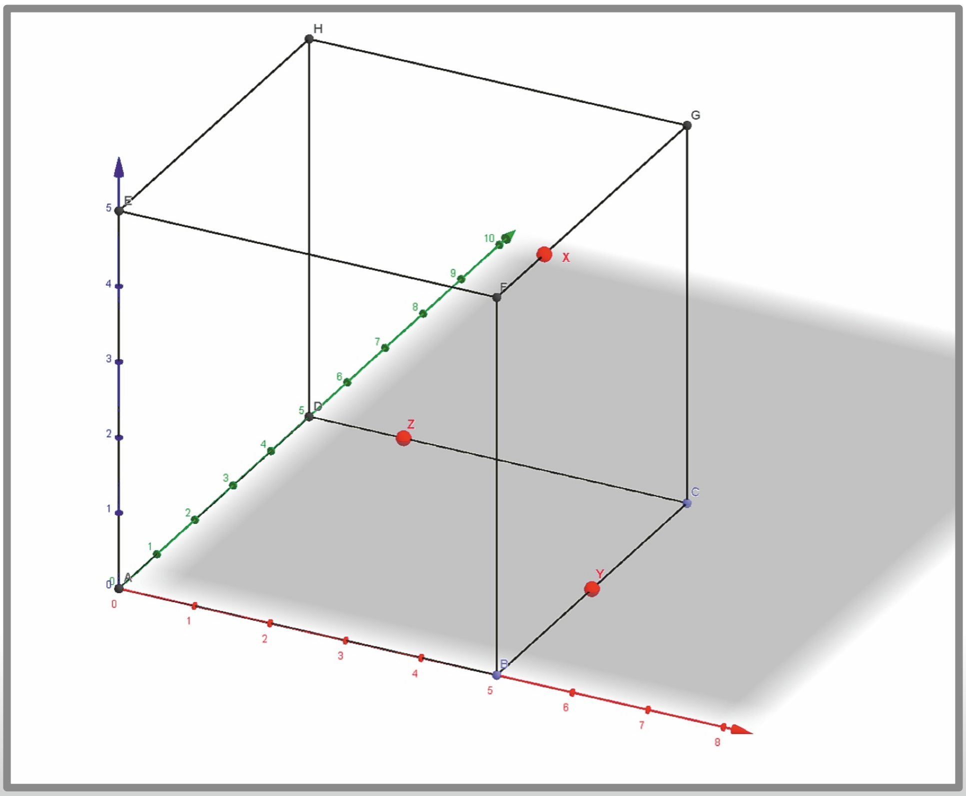




***Pozn:*** Poměr $|AX| = \frac{4}{5} \cdot |AE|$ i poměr $|DZ| = \frac{2}{5} \cdot |DH|$ lze změnit.

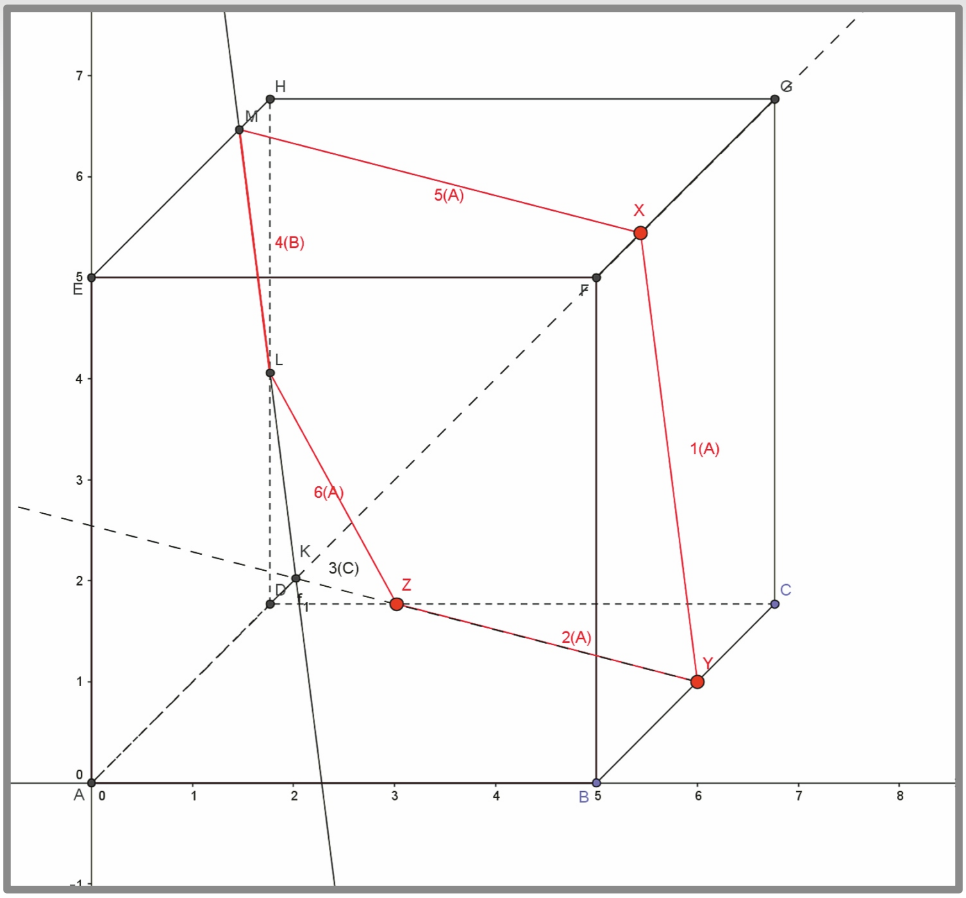
# Cvičení 03 – zadání

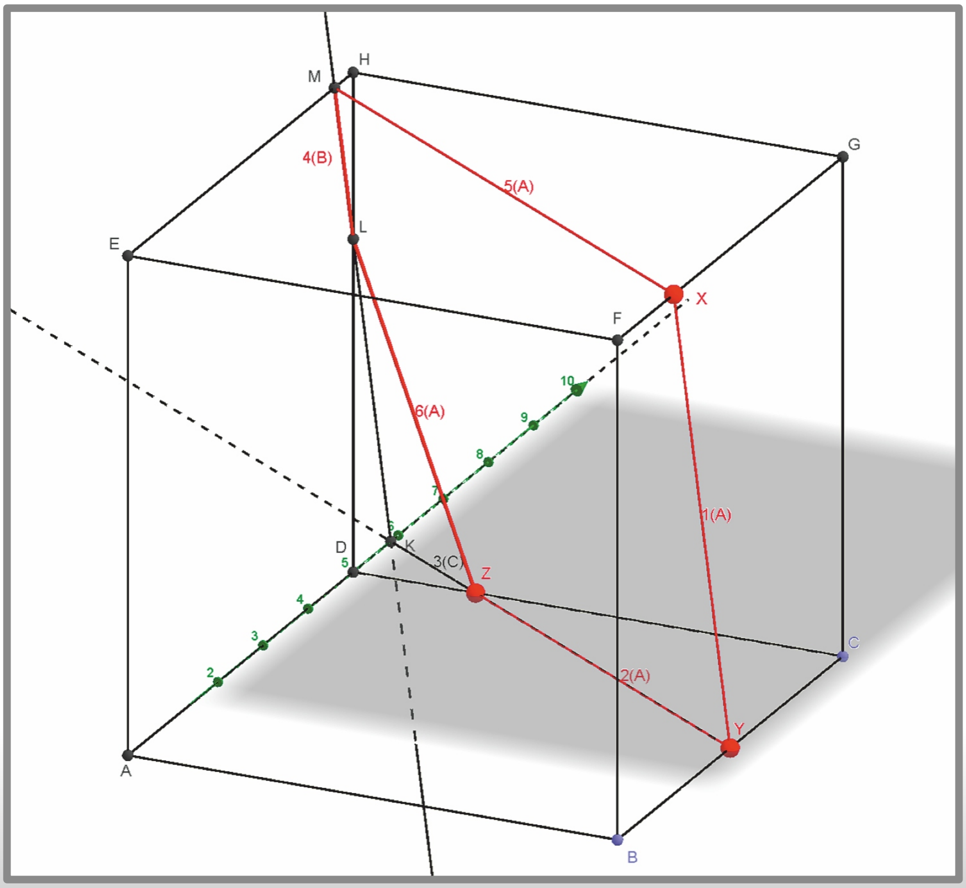
- X ϵ úsečce FG ($|FX| = \frac{1}{4} \cdot |FG|$)
- Y je střed úsečky BC
- Z ϵ úsečce DC ($|DZ| = \frac{1}{4} \cdot |DC|$)



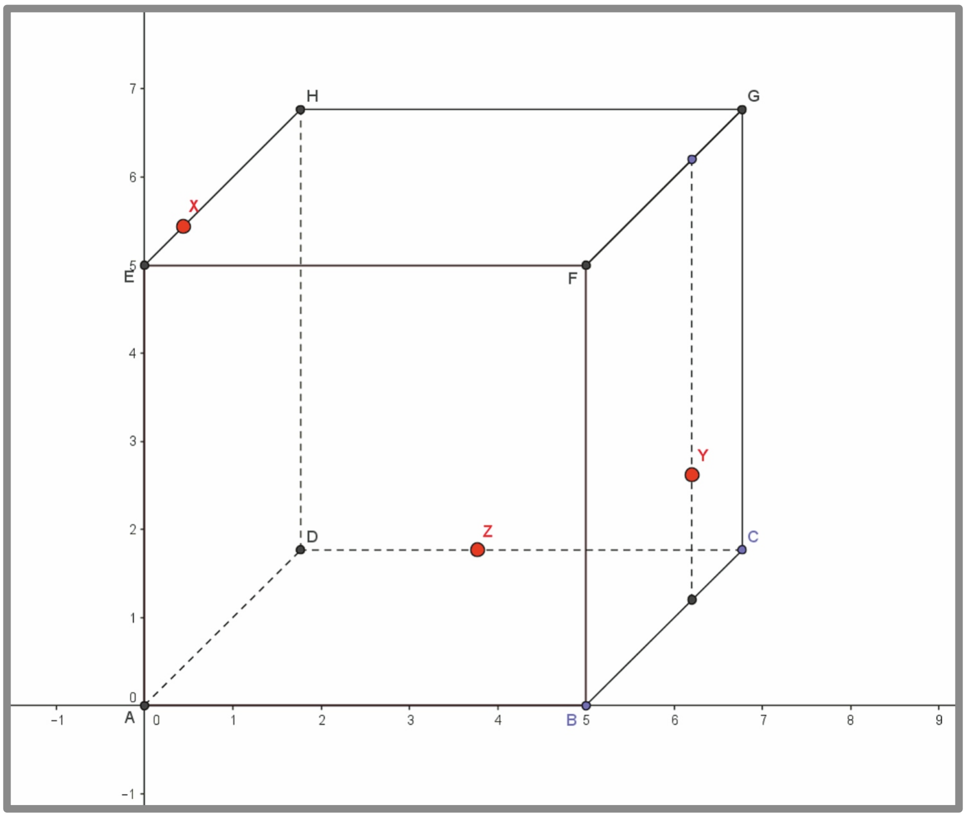
## Cvičení 03 – řešení

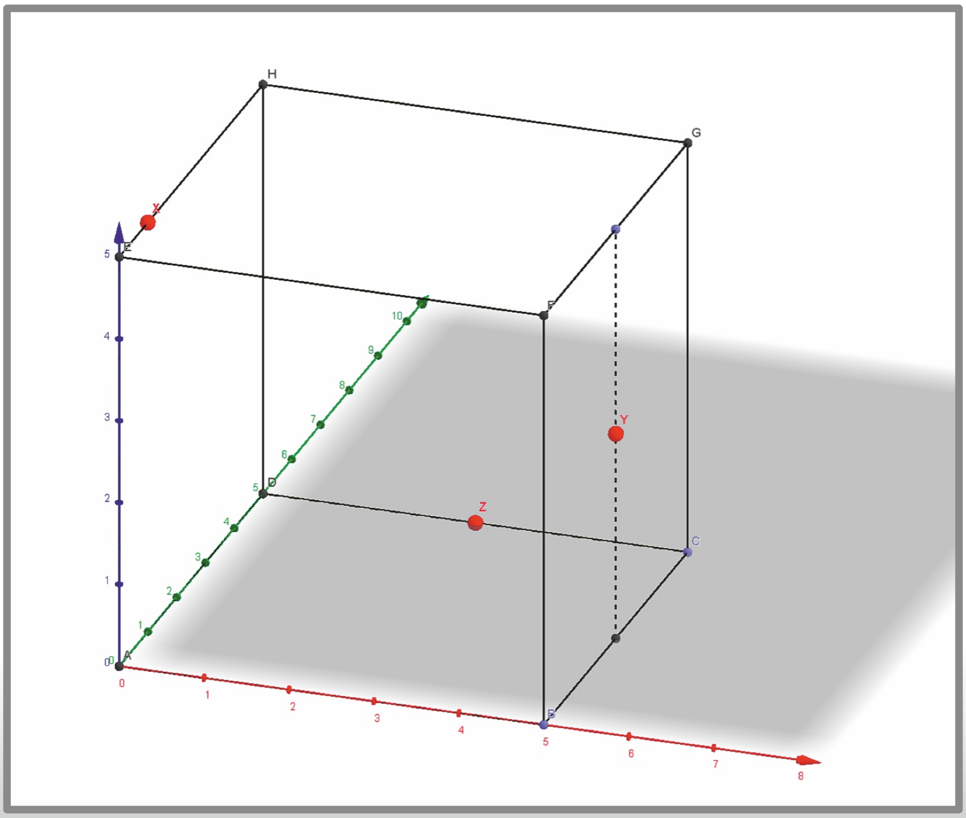


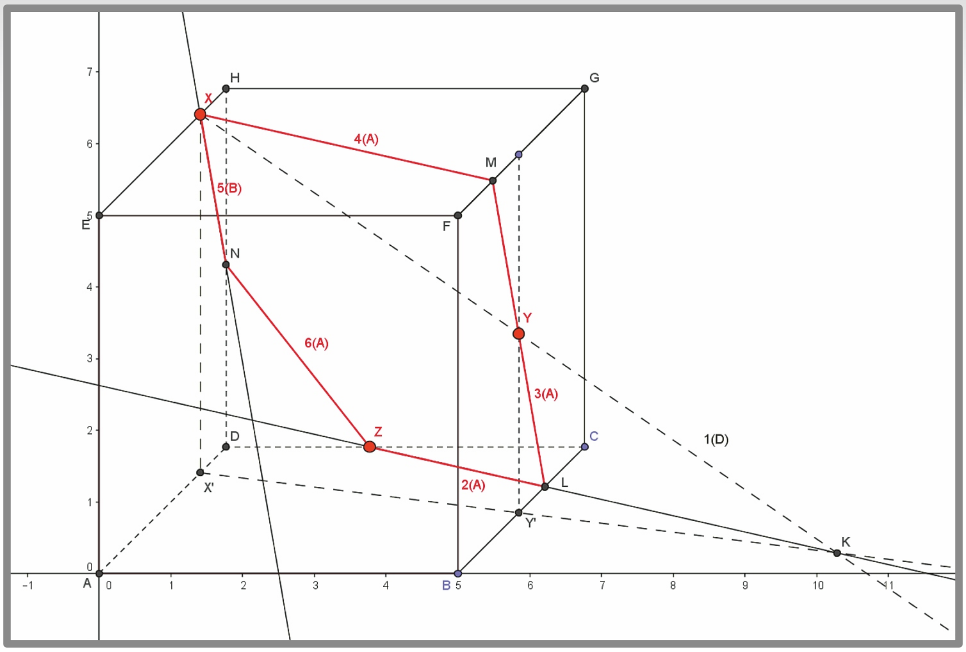
## Cvičení 04 – zadání

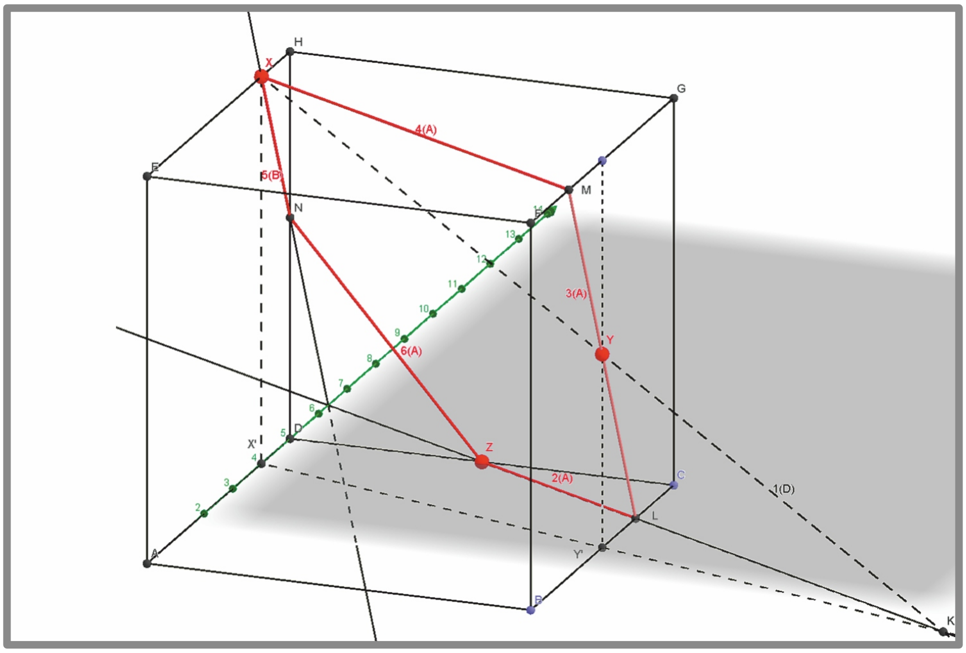
- X ϵ úsečce EH ($|EX| = \frac{4}{5} \cdot |EH|$)
- Y je střed stěny BCFG
- $Z = S_{DC}$



## Cvičení 04 – řešení




Projekce přímky XY do roviny dané spodní stěnou krychle není jediné řešení, jako (zde neřešené) téma pro samostudium nabídneme:

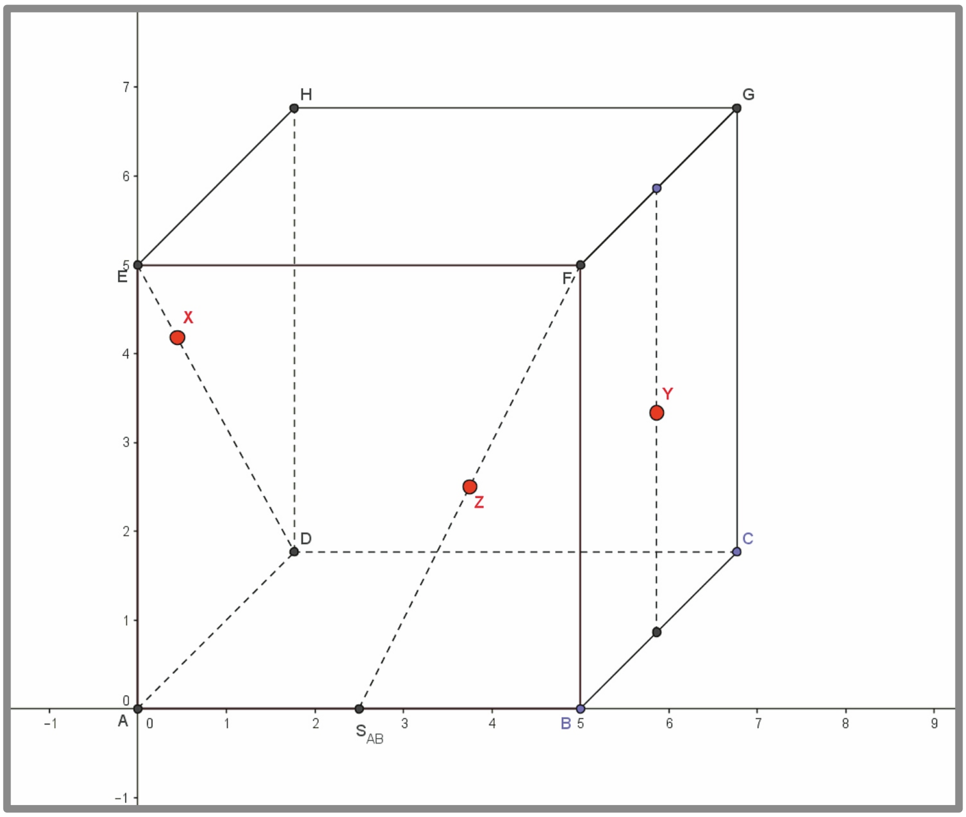
- projekci přímky ZY do roviny horní stěny a patu poté spojit s X
- projekci XZ do roviny pravé stěny a patu spojit s Y (vychází škaredě na obrázku „dolů“)
- projekci YZ do roviny levé stěny a patu spojit s X (bodu Y se hůř hledá stín, je-li obecný)
- projekci XY do zadní stěny a patu spojit se Z

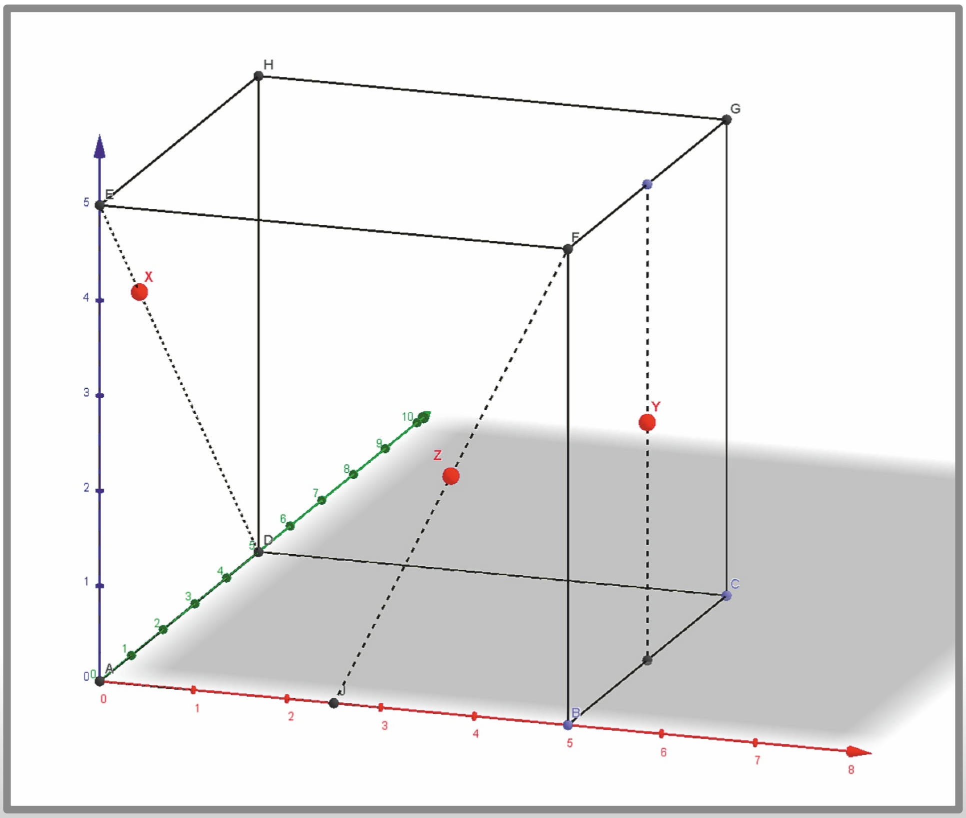
Naopak není možné dělat projekci čehokoliv (XY, YZ nebo XZ) do přední stěny, protože by patu vyrobeného stínu nebylo s čím spojit. Nanejvýš že bychom do přední stěny udělali projekce dvě, paty rovněž dvě, spojili je přímkou jdoucí zcela mimo krychli, s níž bychom ovšem mohli podle pravidla (B) vést rovnoběžku bodem Z… ☺

***Poznámka:*** Poměr $|EX| = \frac{4}{5} \cdot |EH|$ lze zvolit i jiný (blízký tomuto číslu).

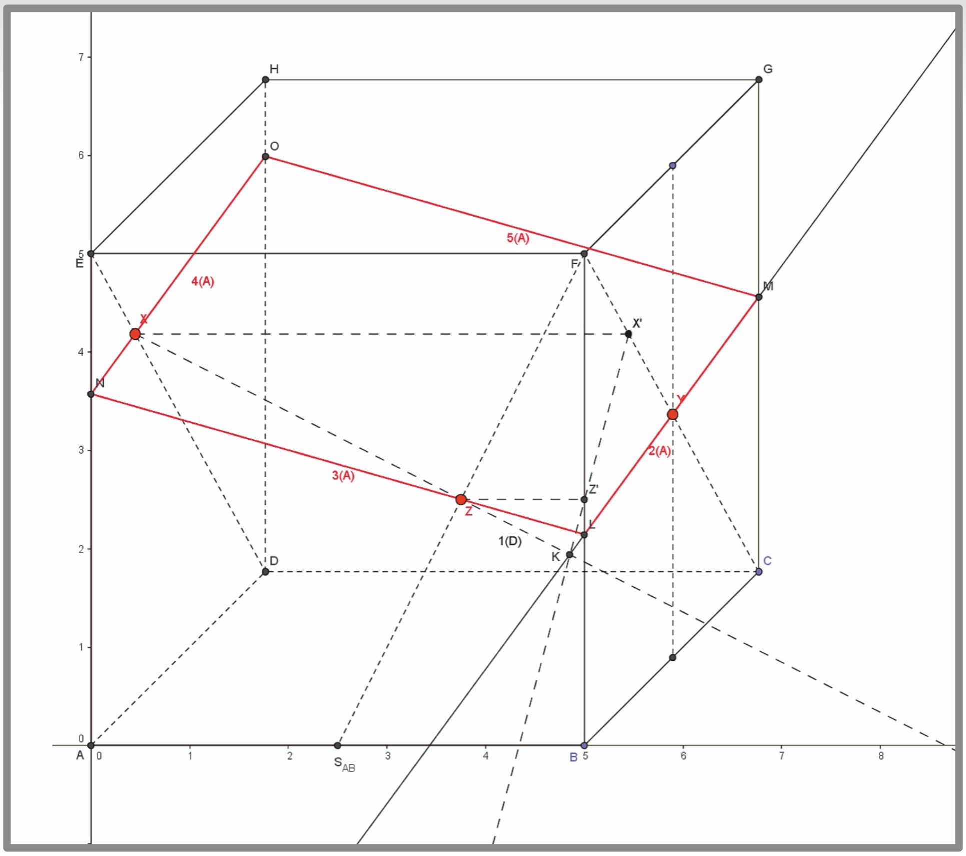
# Cvičení 05 – zadání

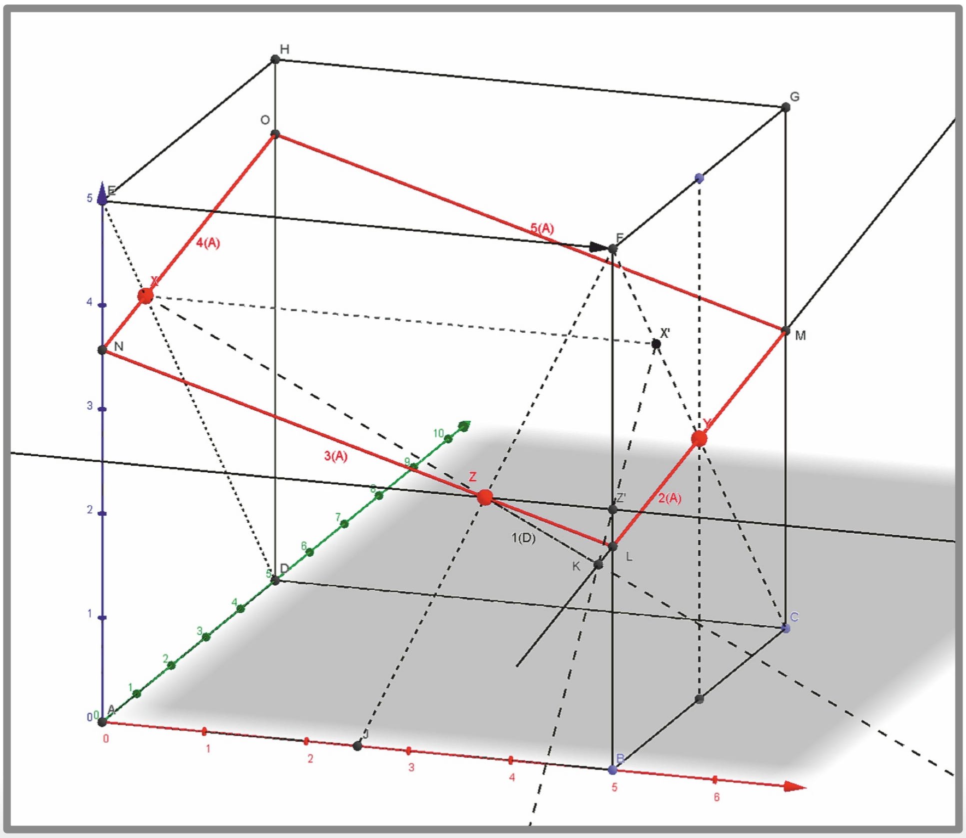
- X ϵ úsečce ED ($|EX| = \frac{1}{4} \cdot |ED|$
- Y je střed stěny BCFG (ale může být i lehce jinde na této stěně, vyjdou-li správně průsečíky)
- Z je střed úsečky $FS_{AB}$



## Cvičení 05 – řešení

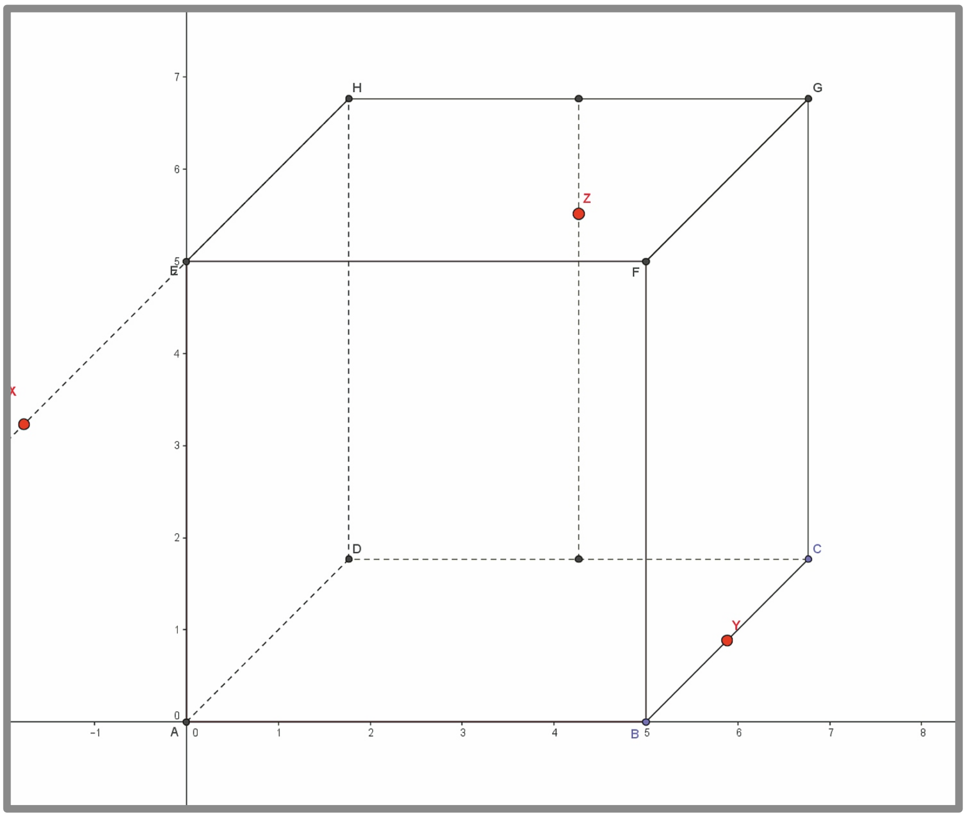


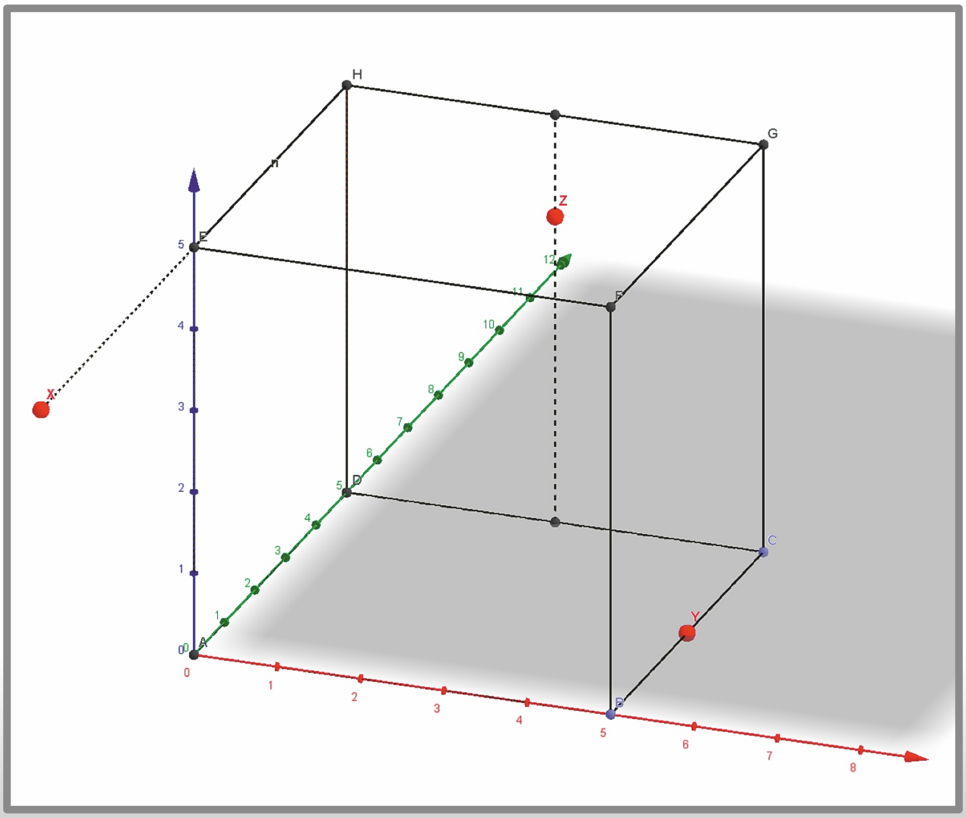




Stínovat lze nejen XZ do roviny pravé stěny, ale i ZY do roviny levé stěny (patu stínu spojit s X) nebo též XY do roviny přední stěny (patu stínu spojit se Z).

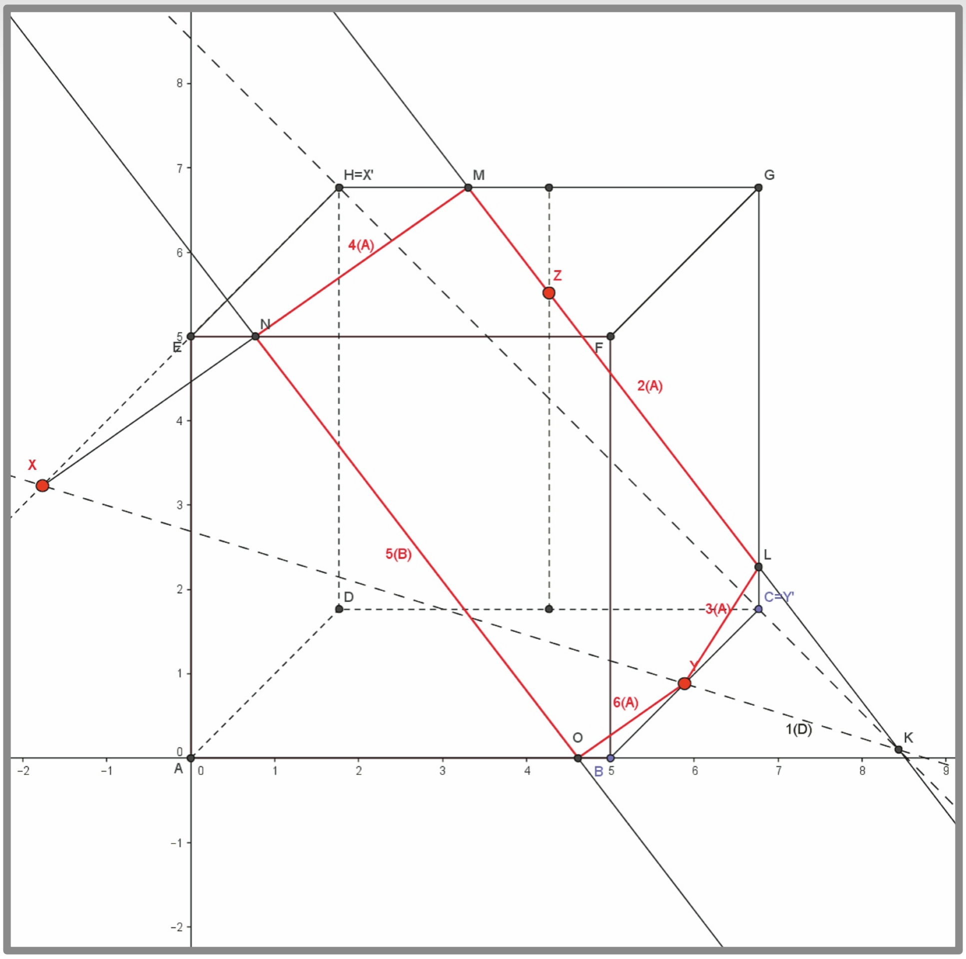
## Cvičení 06 – zadání

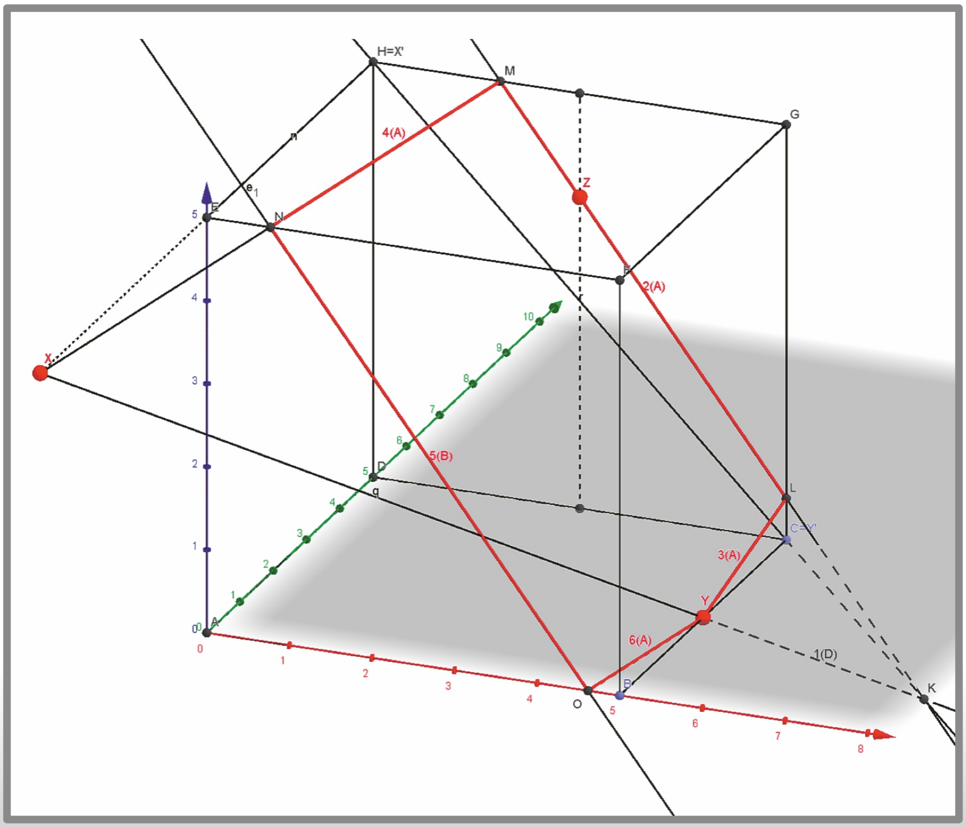
- X ϵ polopřímce HE (|HX|=2·|HE|)
- Y je střed úsečky BC (ale může být i lehce jinde na této úsečce)
- Z ϵ úsečce $S_{CD}S_{GH}$, konkrétně ji dělí v poměru 3:1 (tedy $|S_{CD}Z| = \frac{3}{4} \cdot |S_{CD}S_{GH}|$)



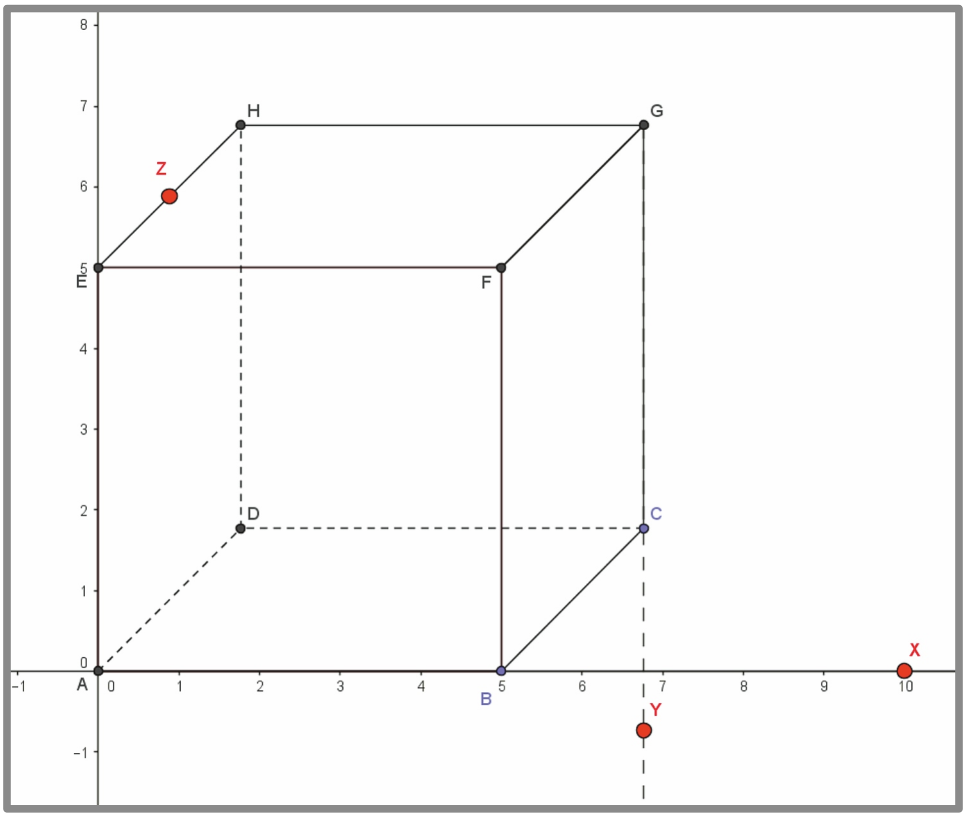
## Cvičení 06 – řešení

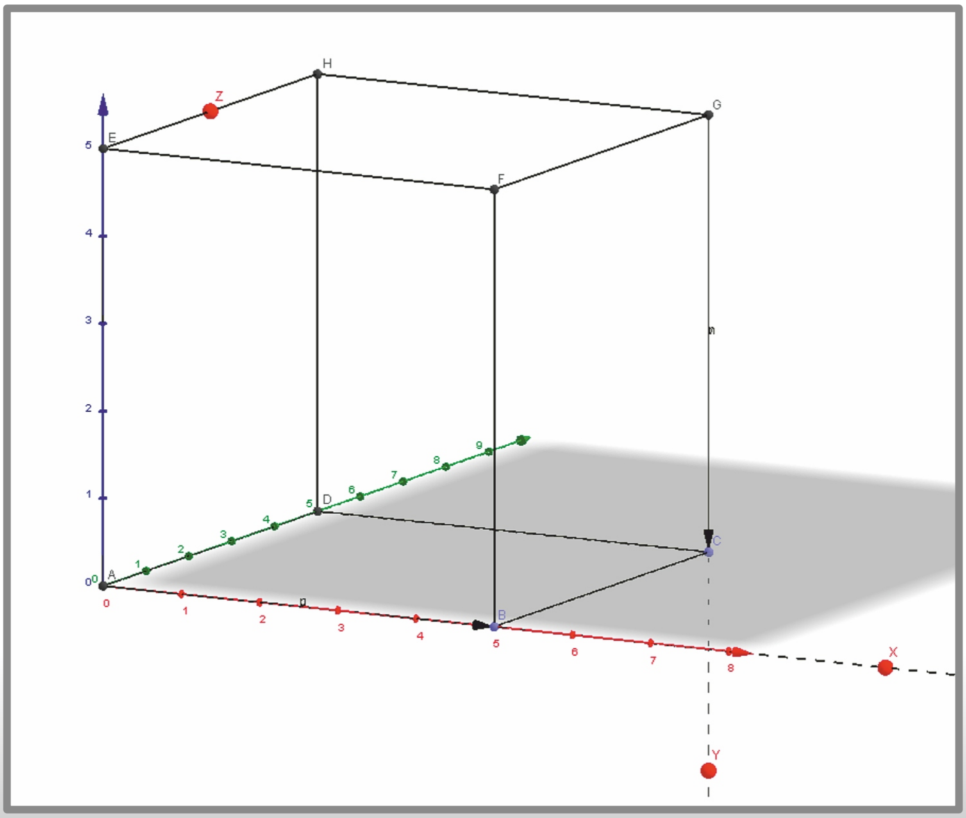


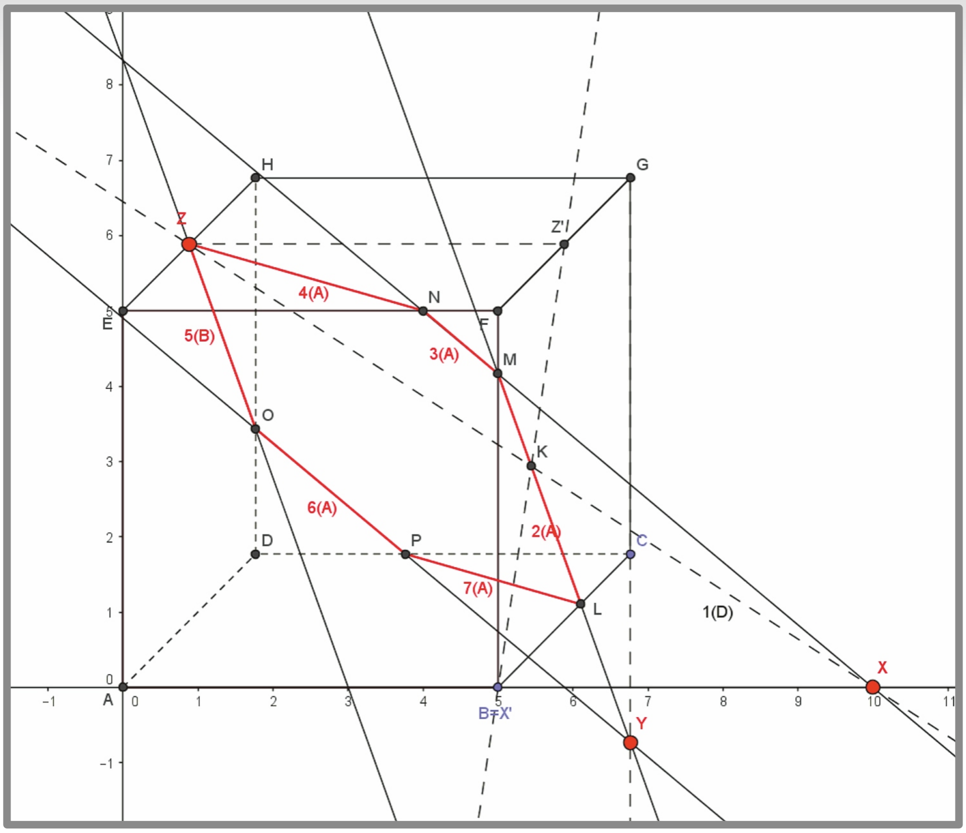
# Cvičení 07 – zadání

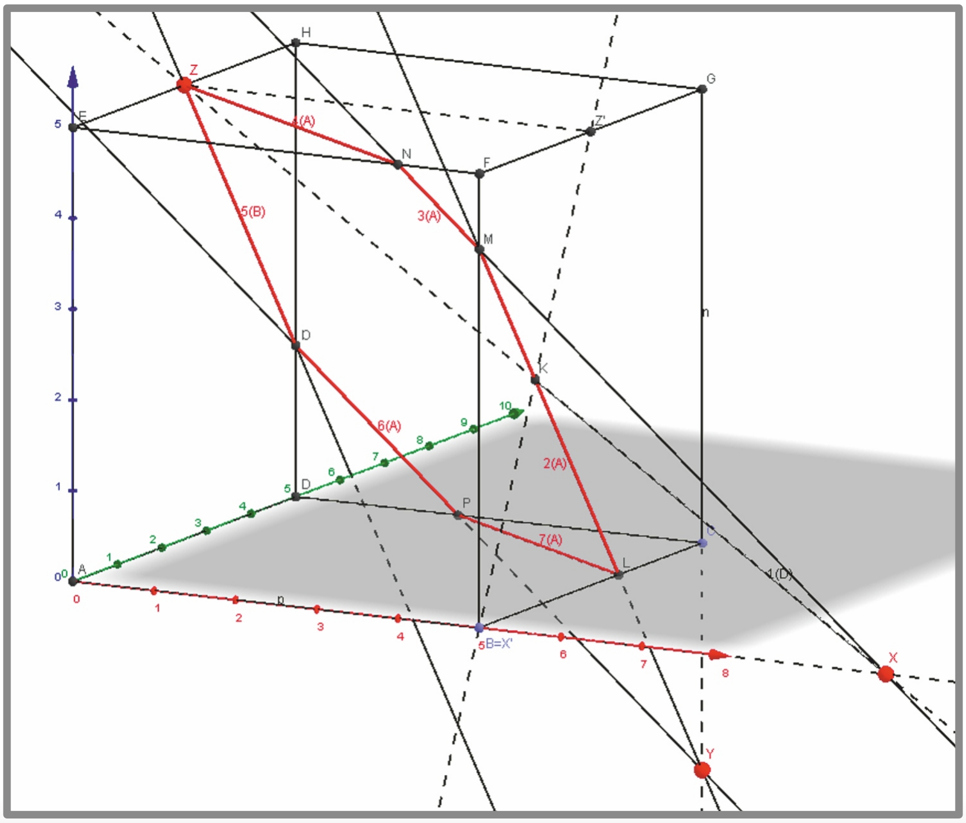
- X ϵ polopřímce AB (|AX| = 2·|AE|)
- Y ϵ polopřímce GC (|GX| = $\frac{3}{2}$ · |GC|)
- Z = střed úsečky EH



## Cvičení 07 – řešení

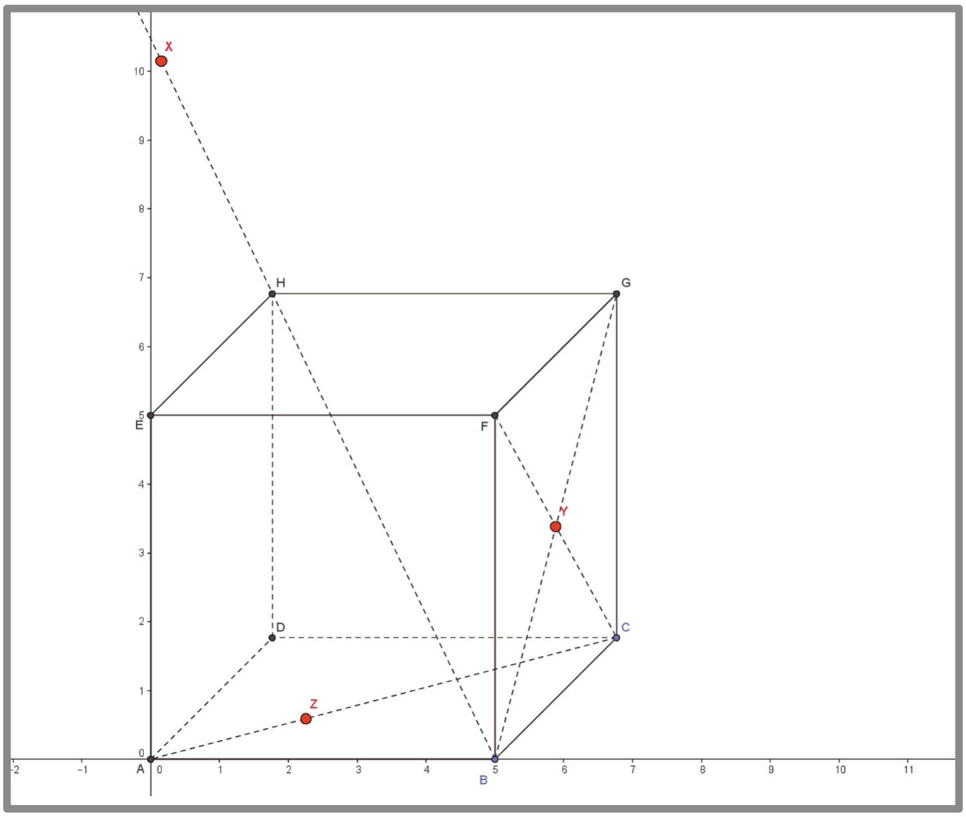


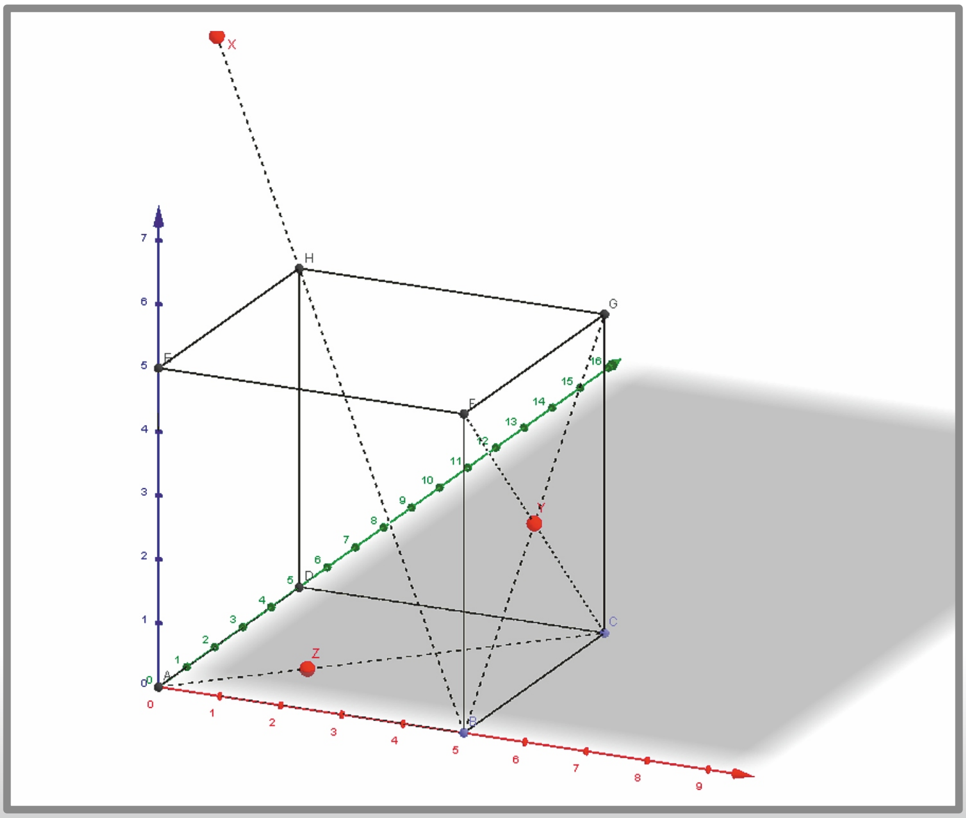




Zvolili jsme možná „hůř viditelný“ stín XZ do roviny pravé stěny (protože úsečka XZ pravou stěnu sama protíná). Stínovat lze i YZ do přední stěny, rovněž XY do horní stěny a též XY do levé stěny (ta jediná ještě vychází „rozumně“ uvnitř obrázku).

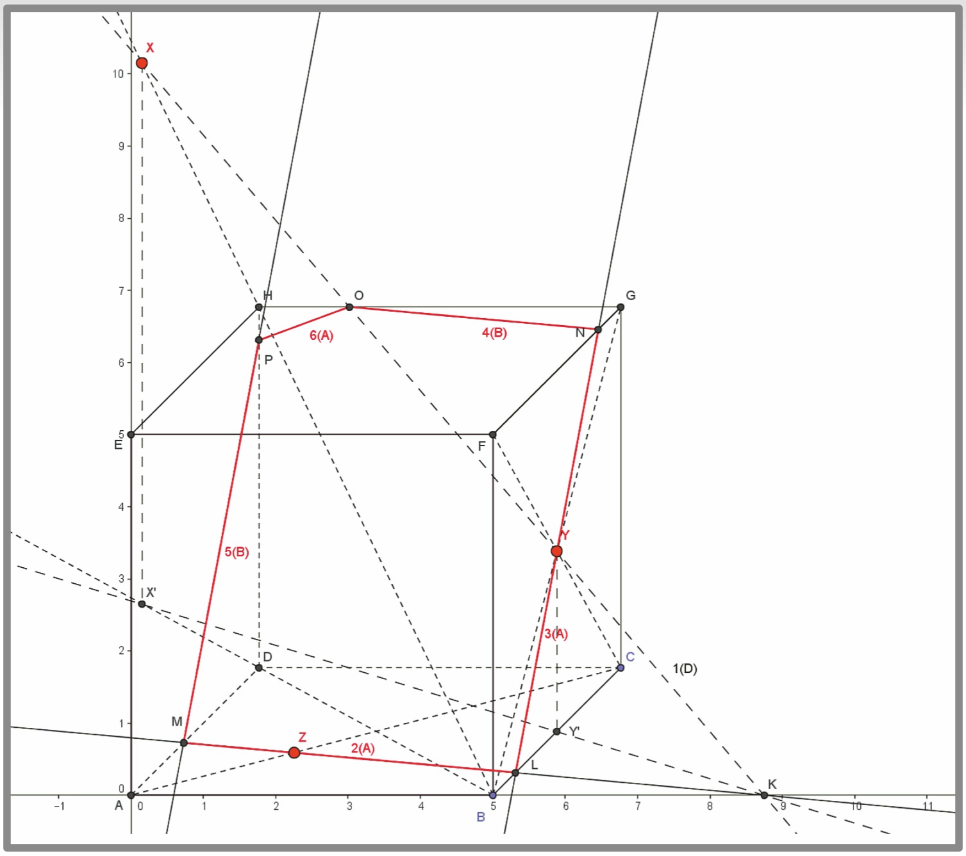
## Cvičení 08 – zadání

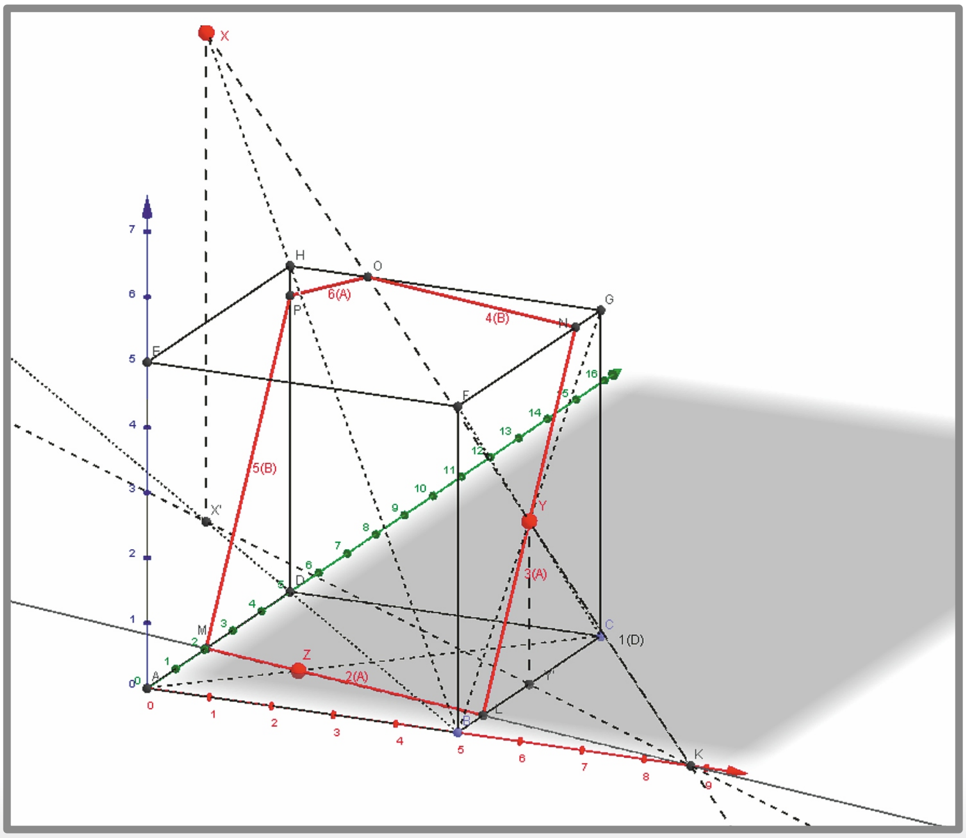
- X ϵ polopřímce BH ($|BX| = \frac{3}{2} \cdot |BH|$), tedy neleží v žádné rovině určené stěnou krychle
- Y = střed stěny BCFG
- Z ϵ úsečce AC ($|AZ| = \frac{1}{3} \cdot |AC|$)



## Cvičení 08 – řešení



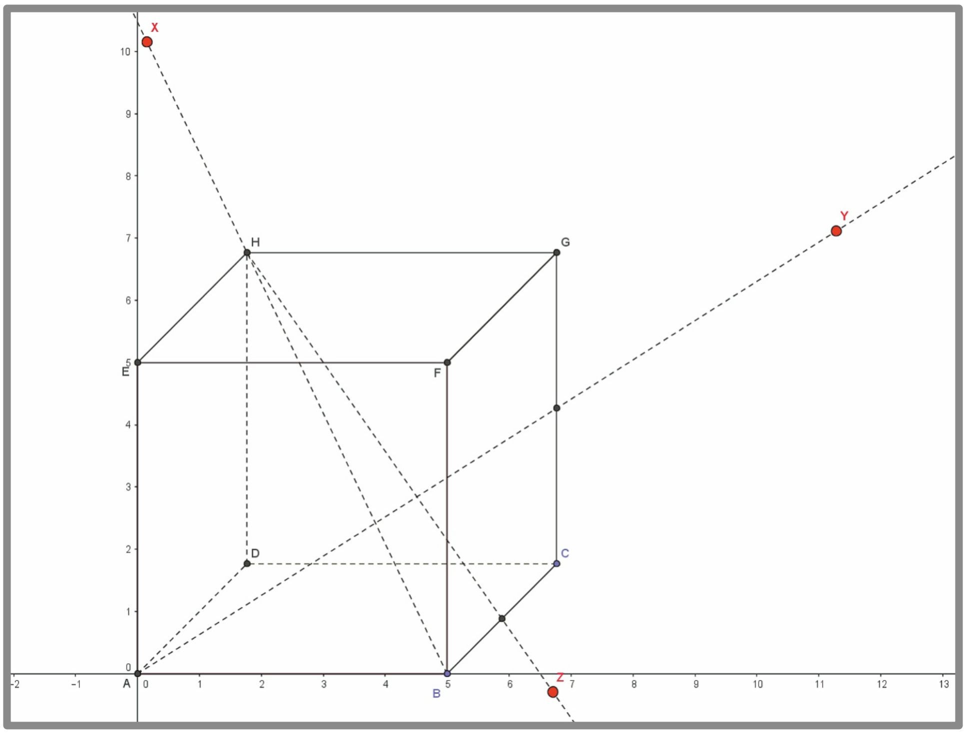

***Poznámka:*** U takto formulovaného zadání je bod O získaný v 4(B) na úsečce XY (neboli K, Y, O, X jsou zde kolineární). Mohli bychom též stínovat XZ do pravé stěny a patu stínu spojovat s Y.

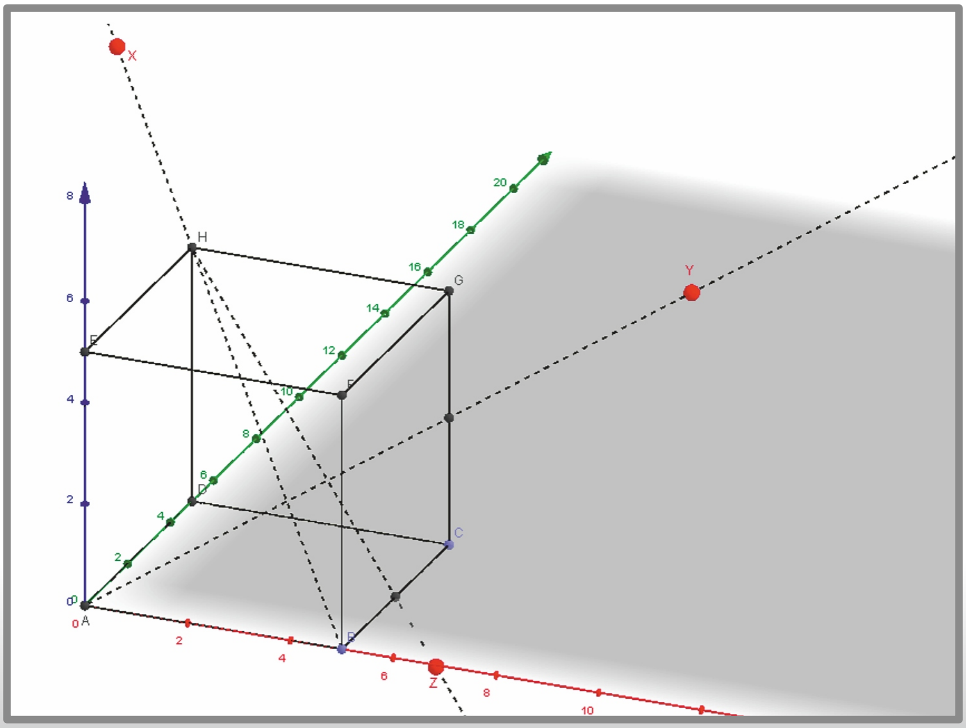
## Cvičení 09 – zadání

Situaci, kdy žádný se zadaných bodů X, Y, Z neleží v žádné rovině určené stěnou krychle, pouze naznačíme (začneme první z několika kroků), z důvodu její komplikovanosti a zdlouhavosti.

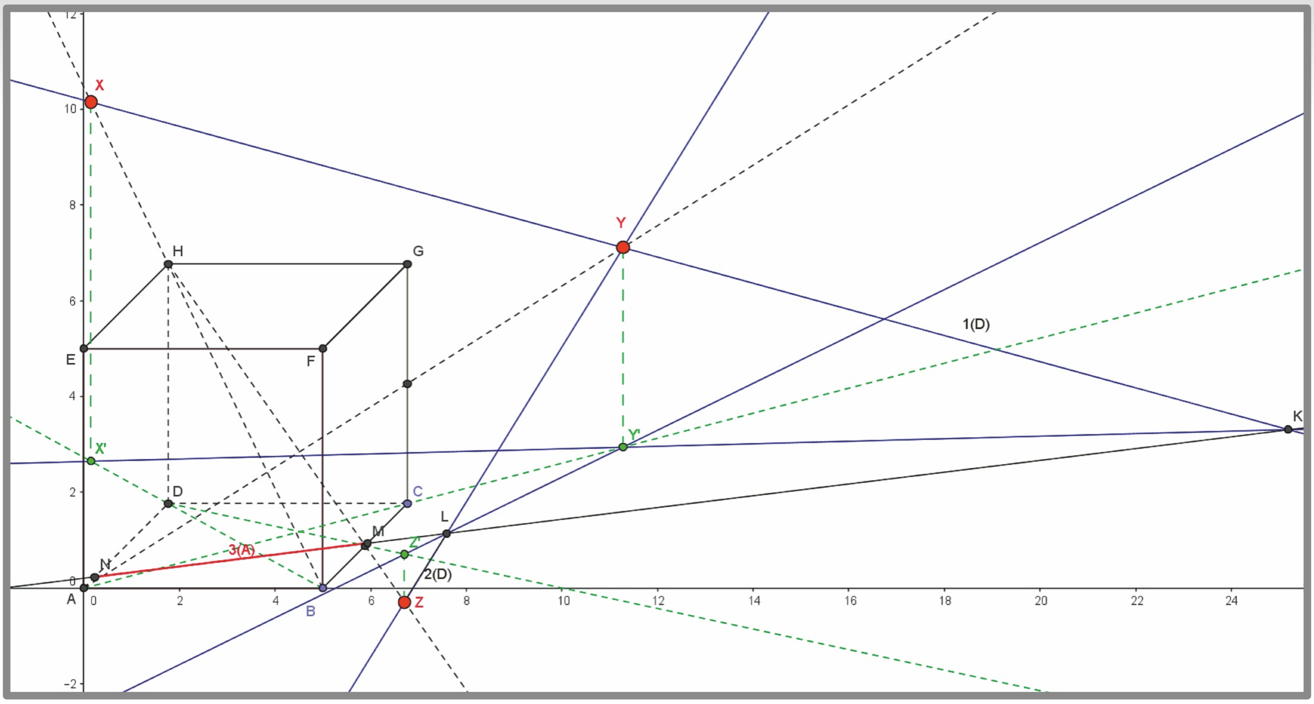
***Zadání zní:*** Najděte tu část řezu krychle ABCDEFGH rovinou XYZ, která je ve spodní podstavě krychle (náleží čtverci ABCD):

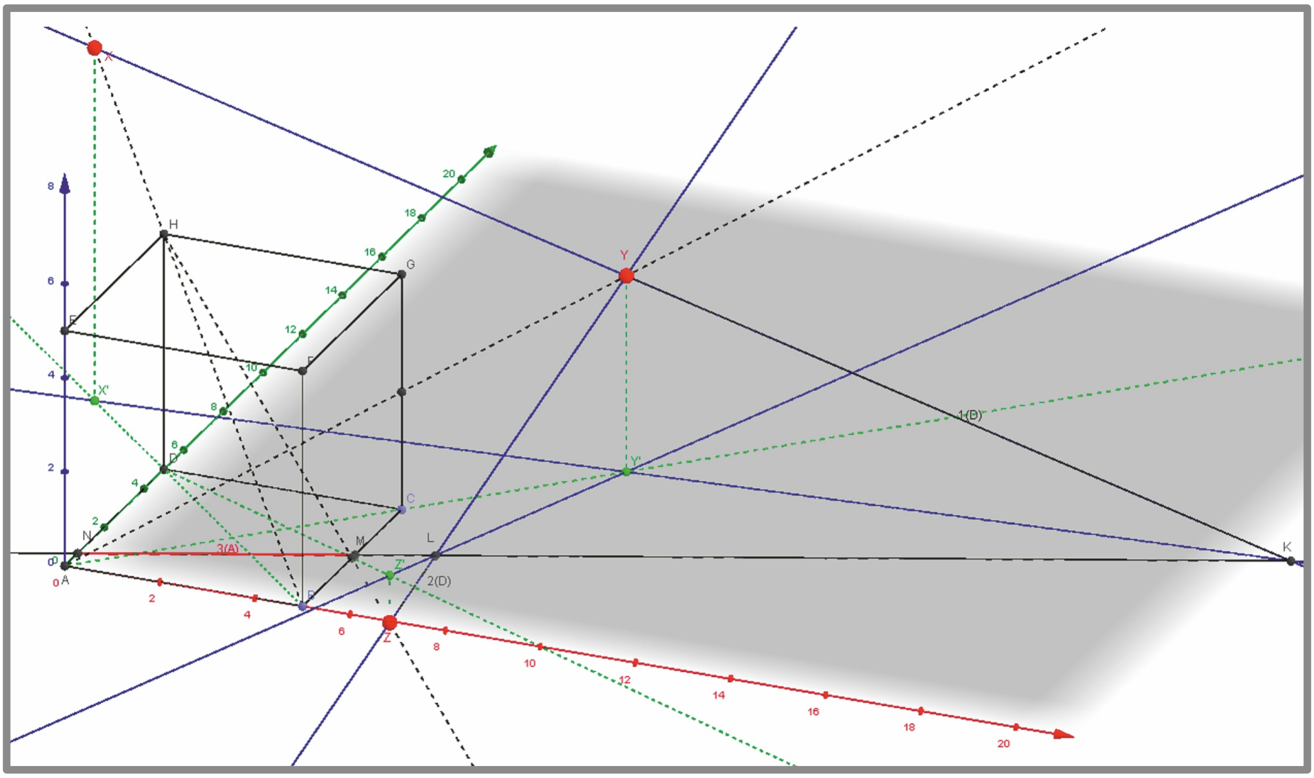
- X ϵ polopř. BH $(|BX| = \frac{3}{2} \cdot |BH|)$, tedy neleží v žádné rovině určené stěnou krychle
- Y ϵ polopř. $AS_{CG}$ $(|AY| = \frac{5}{3} \cdot |AS_{CG}|)$, tedy neleží v žádné rovině určené stěnou krychle
- Z ϵ polopř. $HS_{BC}$ $(|HX| = \frac{6}{5} \cdot |HS_{BC}|)$, tedy neleží v žádné rovině určené stěnou krychle



## Cvičení 09 – řešení




*Popis:* Zelenou čárkovanou čarou jsou zakresleny konstrukce stínů bodů X, Y a Z. Modrou barvou (zde netypicky nečárkovanou, z důvodu přehlednosti) pak najdeme patu stínu XY (označena K) a patu stínu YZ (označena L). Třetí patu, tedy stínu XZ, netřeba hledat, byla by s KL kolineární. Přímka KL je součástí roviny řezu a zároveň leží ve spodní podstavě, její průnik s podstavou ABCD je označen MN.

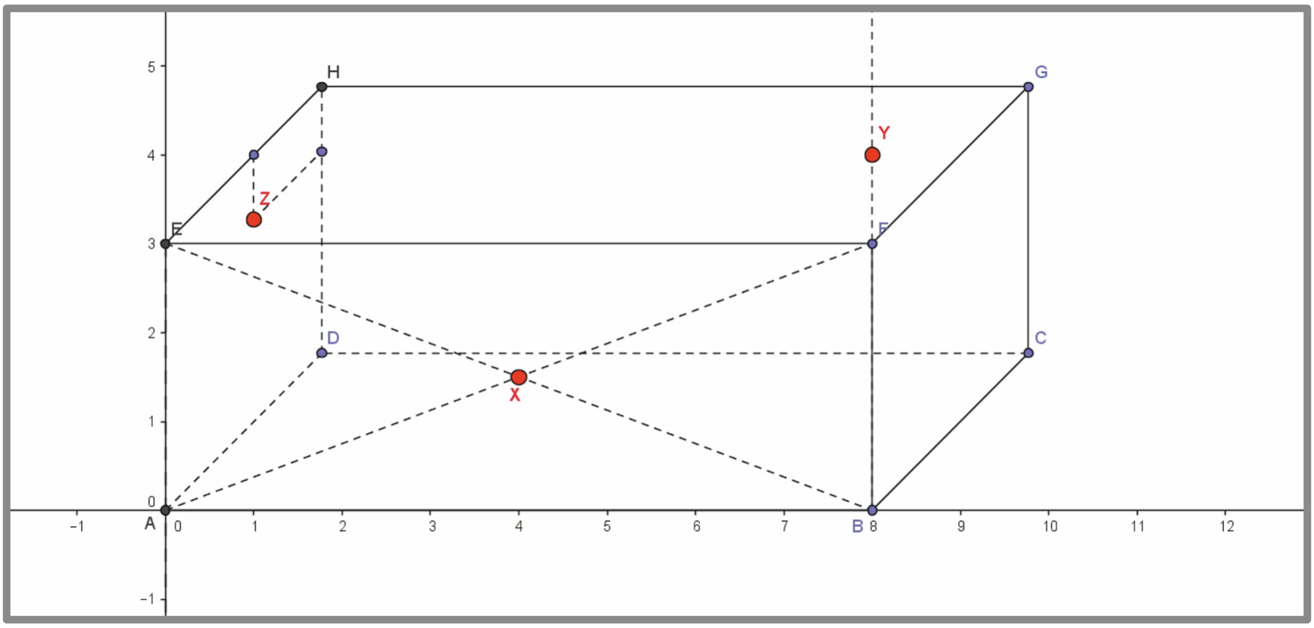
*Poznámka:* Při složitějších rysech doporučuji otevřít zdrojový soubor s řešením v Geogebře, nechat krokovat konstrukci, prohlédnout ze všech stran, ideálně s anaglyfickými brýlemi…

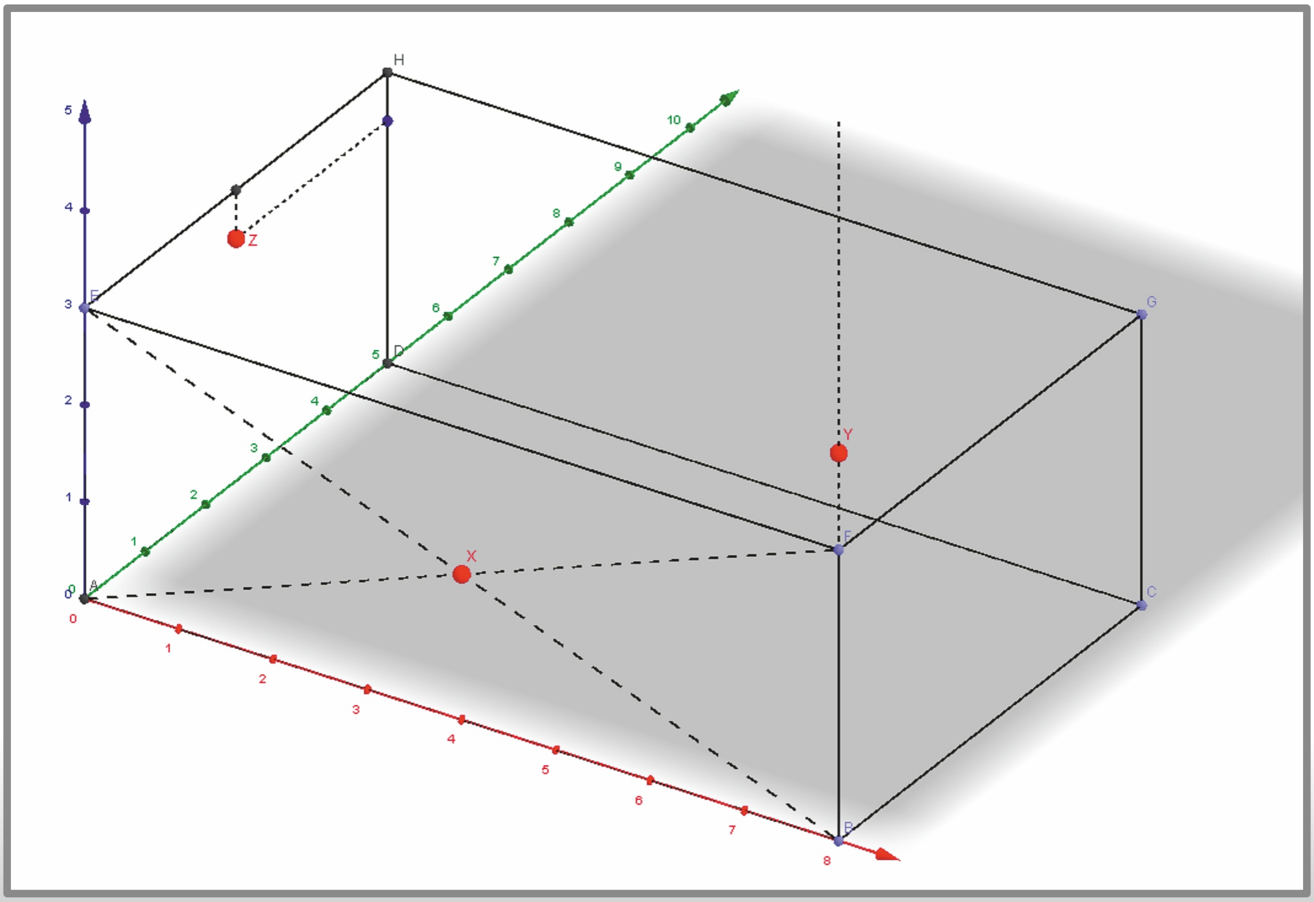
## Cvičení 10 – zadání

V případě, že řežeme kvádr namísto krychle, používáme stejná pravidla ve stejném pořadí.

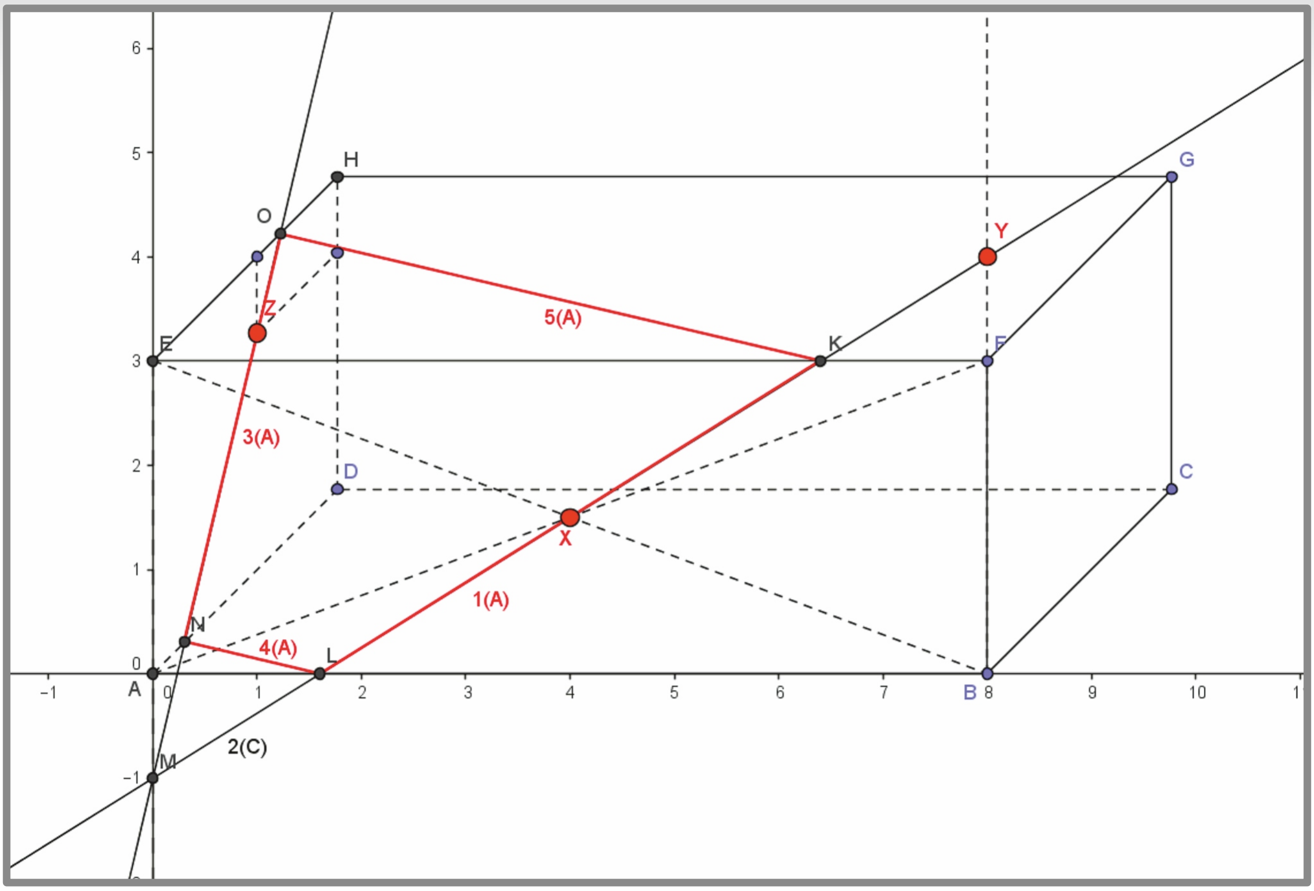
V následujícím příkladu je kvádr o rozměrech 853 (tj. |AB|=8, |AD|=5, |AE|=3).

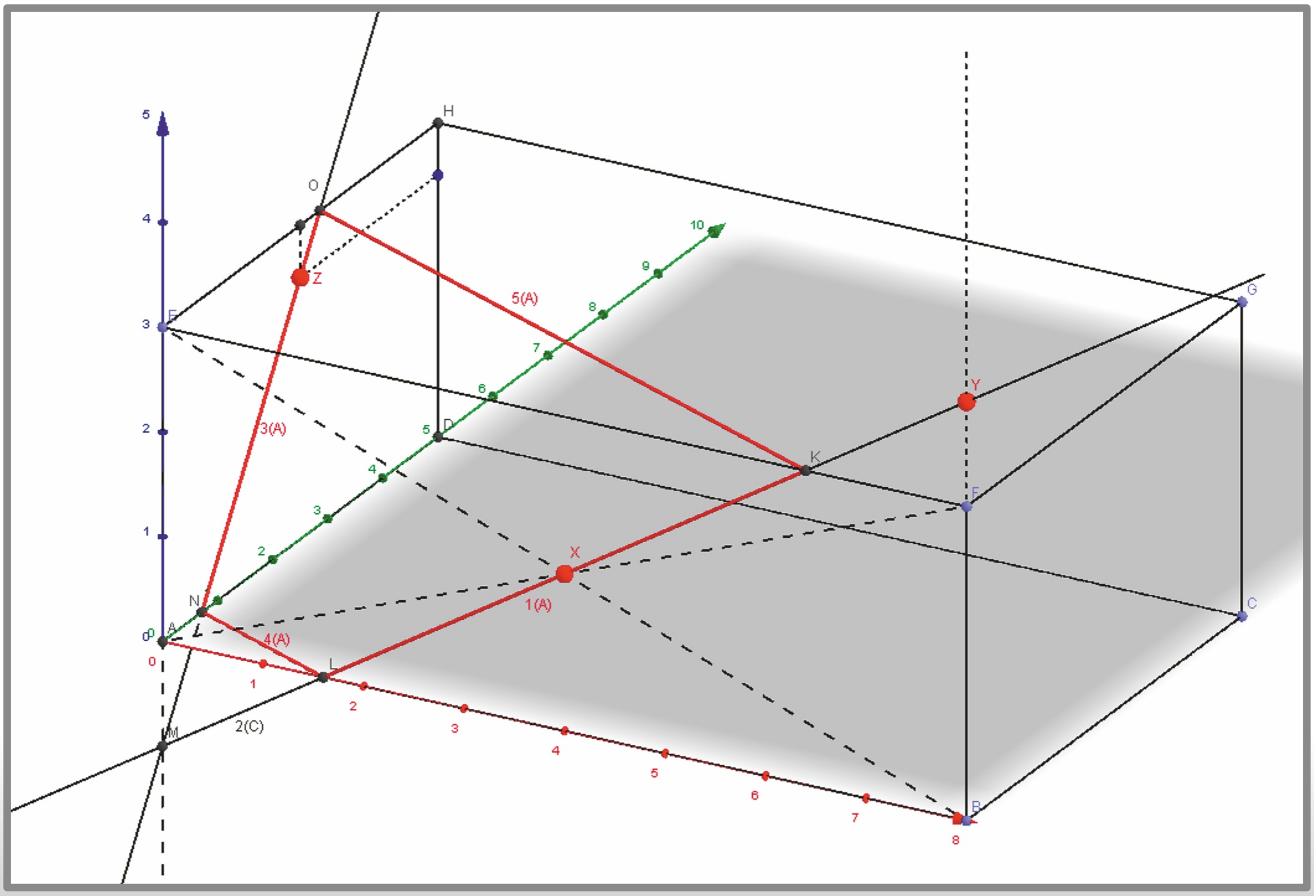
- X je střed stěny ABEF
- Y ∊ polopřímce BF $(|BY| = \frac{4}{3} \cdot |BF|)$
- Z leží uvnitř stěny ADEH (konkrétně je Z o $\frac{1}{6}$ výšky DH níže, než je pozice $S_{EH}$)



## Cvičení 10 – řešení

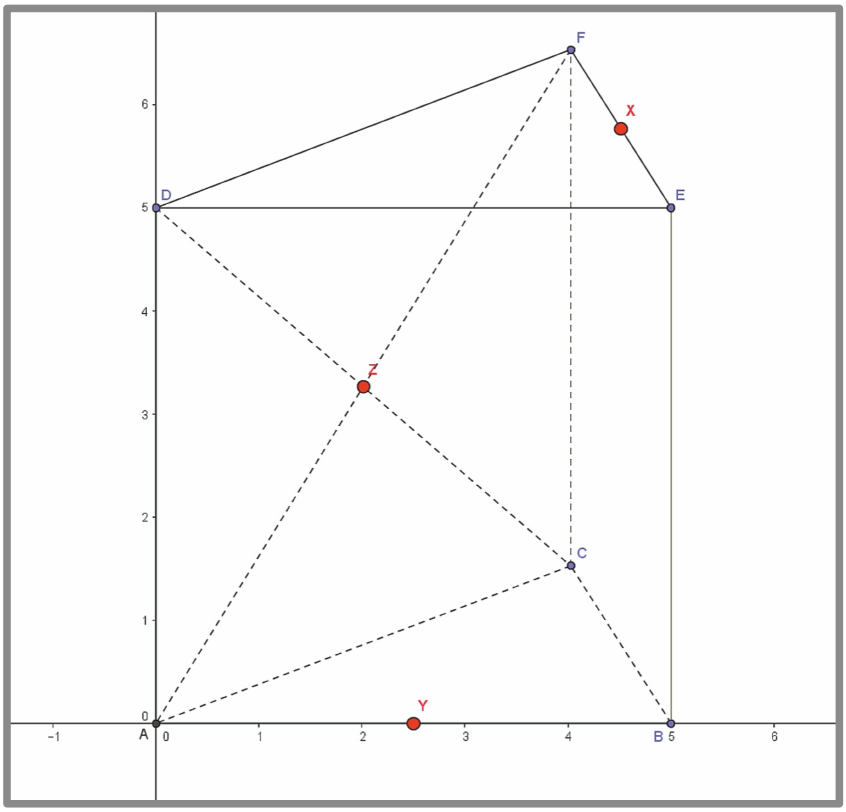


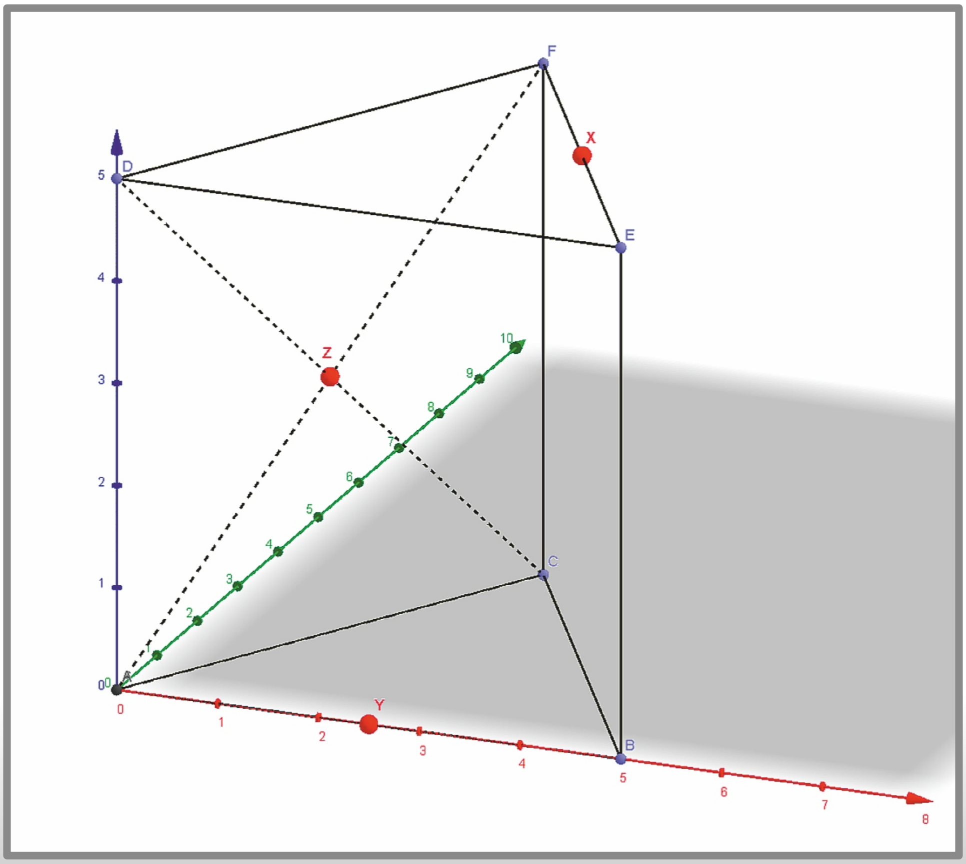



## Cvičení 11 – zadání

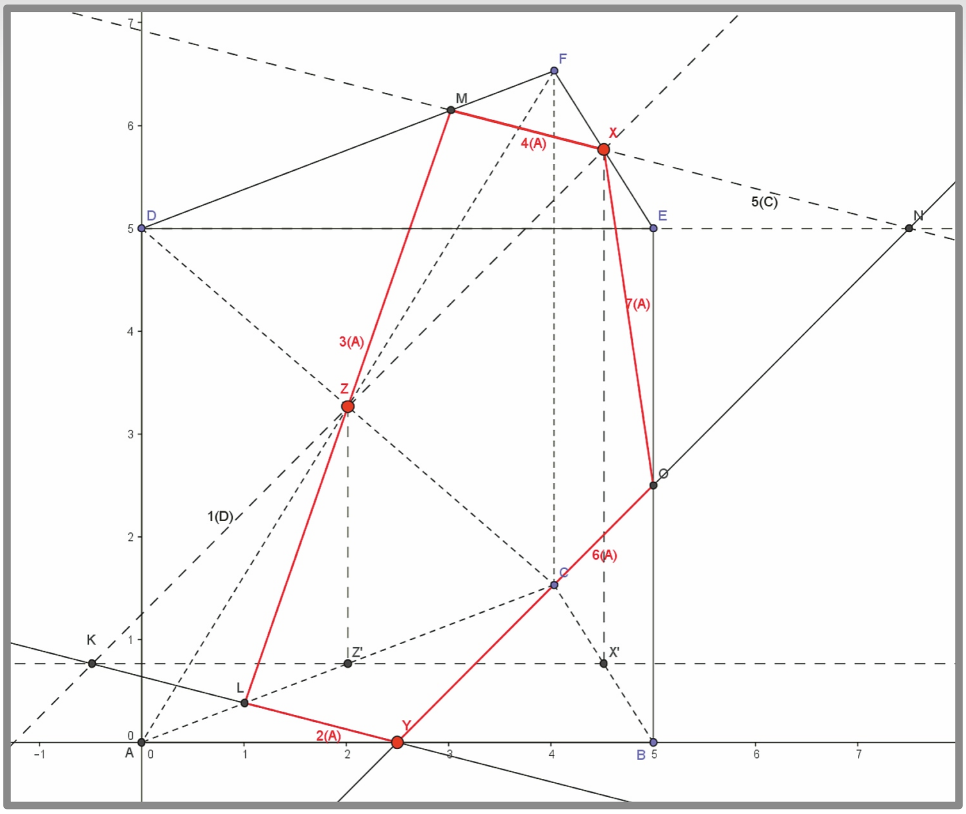
V případě, že řežeme hranol namísto krychle, používáme stejná pravidla ve stejném pořadí. Musíme ale počítat s faktem, že rovnoběžných stěn je méně (obvykle jen horní podstava | | dolní podstava).

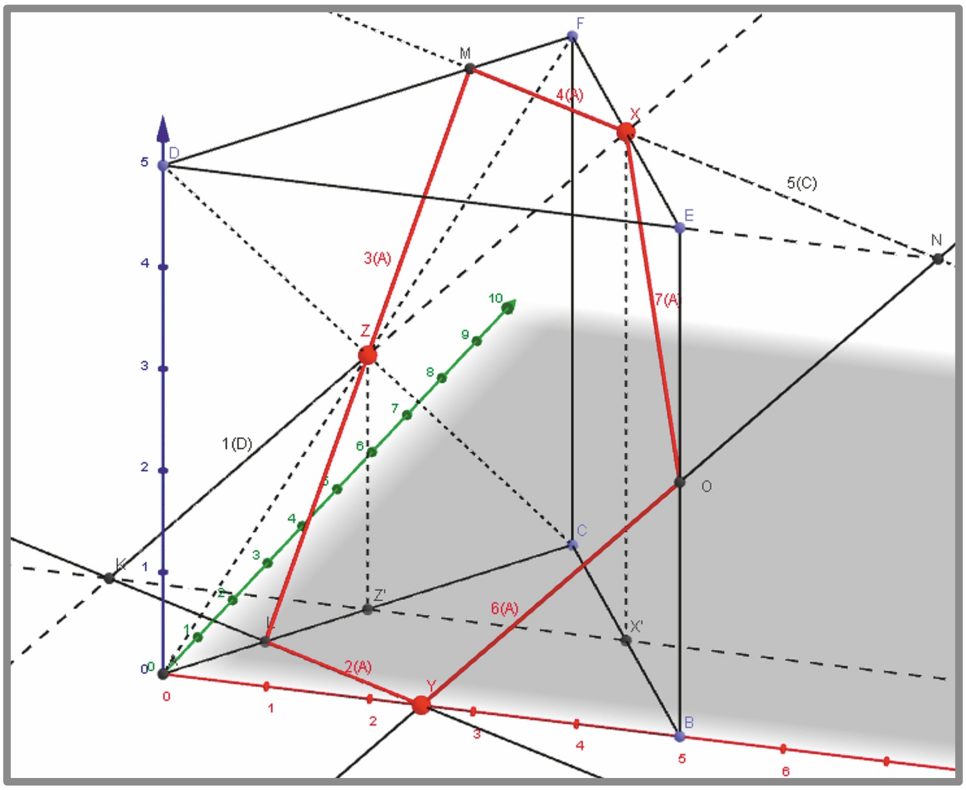
- X je střed hrany EF
- Y je střed hrany AB
- Z je střed stěny ACDF



## Cvičení 11 – řešení



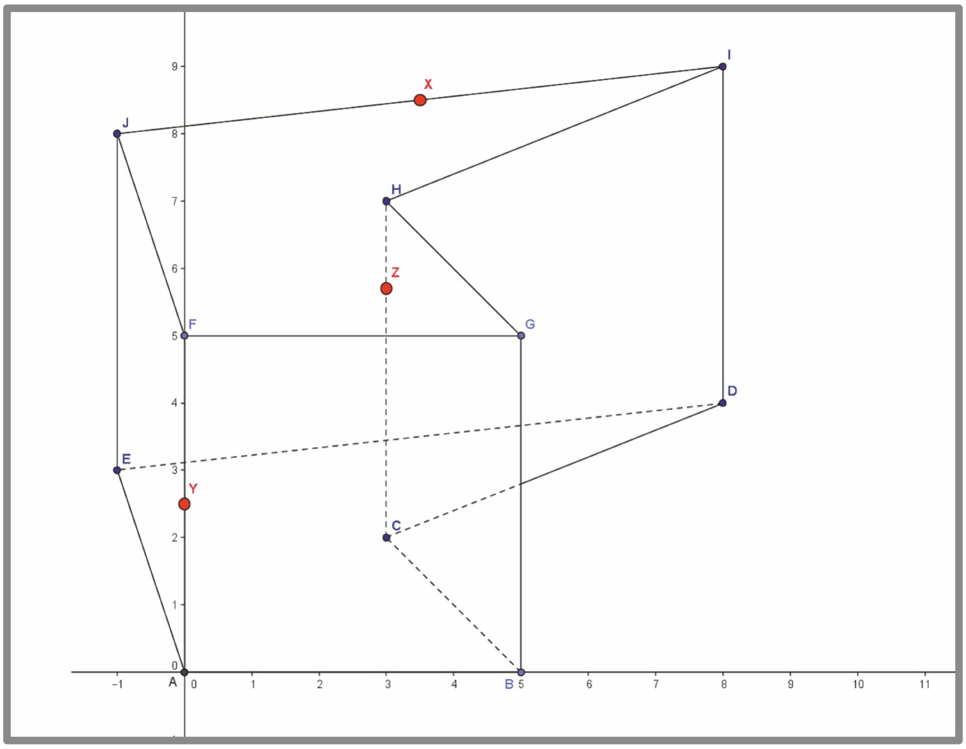

Namísto stínování XZ do roviny dolní stěny lze stínovat i YZ do roviny horní stěny. Naopak, stínování do bočních stěn je velmi, velmi komplikované.

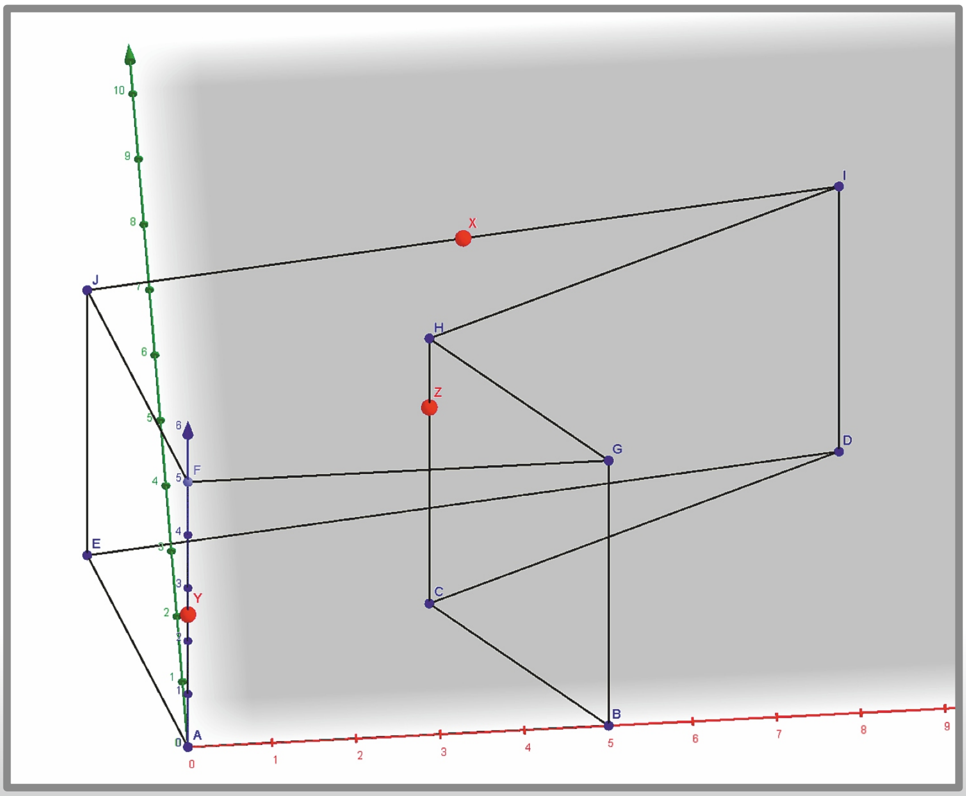
Namísto 5(C) protahování MX do roviny „přední“ stěny lze protáhnout LY do roviny „pravé“ stěny.

## Cvičení 12 – zadání

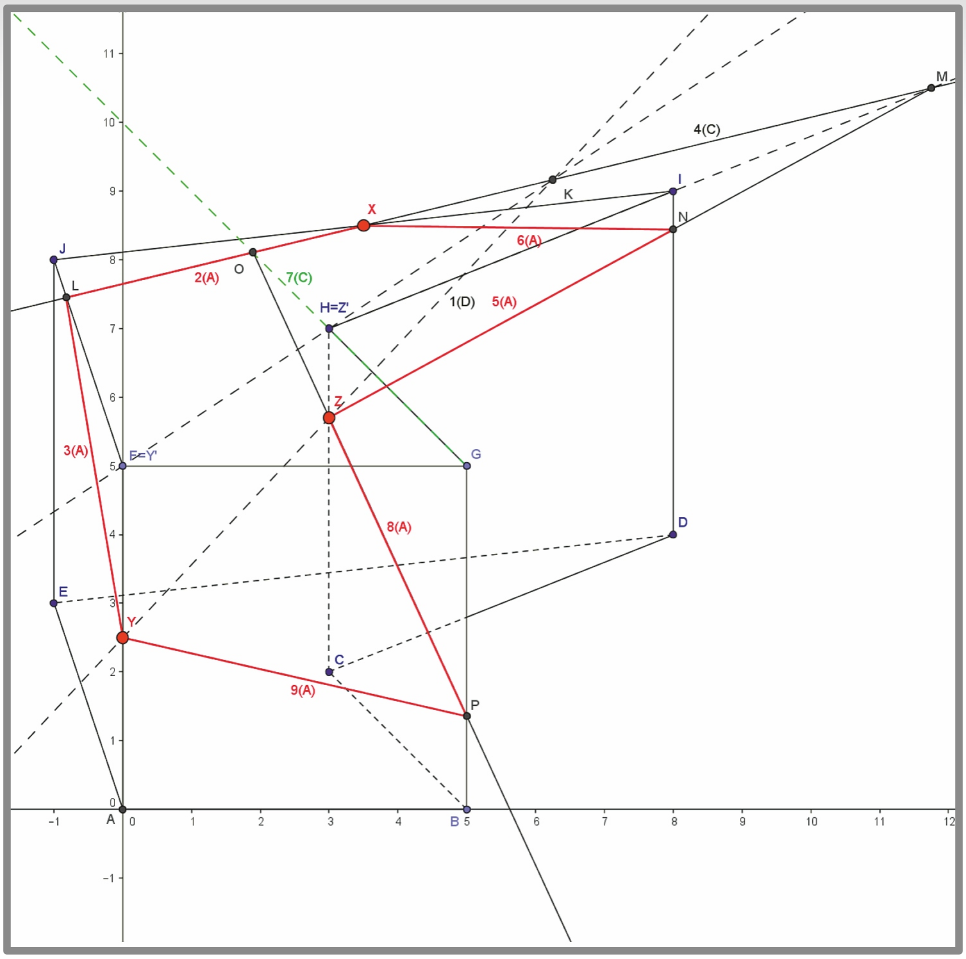
Řežeme nepravidelný pětiboký kolmý hranol ABCDEFGHIJ (s podstavou ABCDE: A[0, 0], B[5, 0], C[3, 2], D[8, 4], E[-1, 3] a výškou |AF|=5 j.), rovinou XYZ:

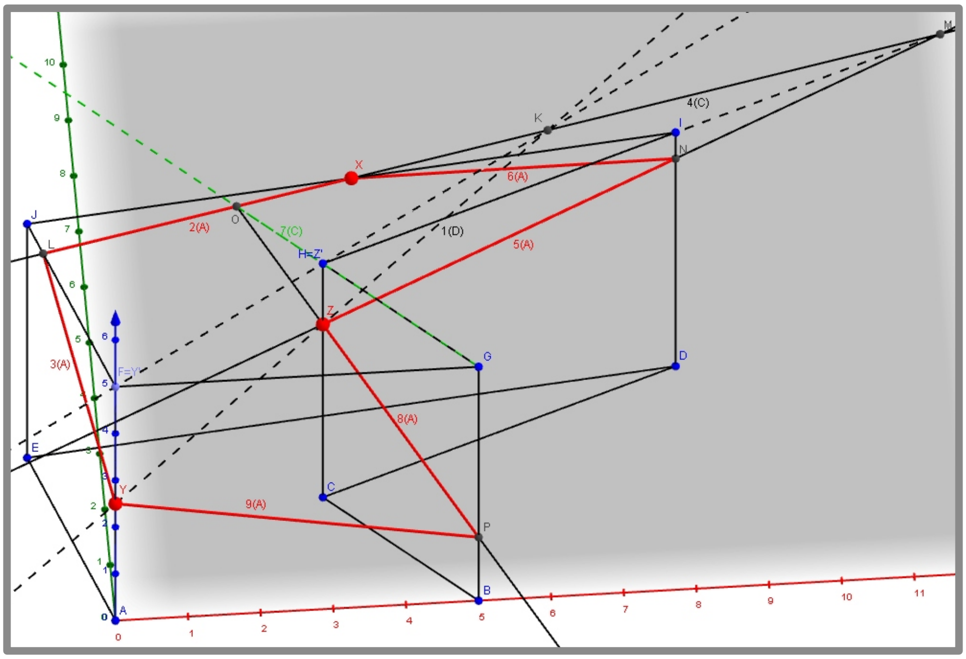
- X je střed hrany IJ
- Y je střed hrany AF
- Z leží na hraně CH (|CZ|= 3,7 j.)



## Cvičení 12 – řešení



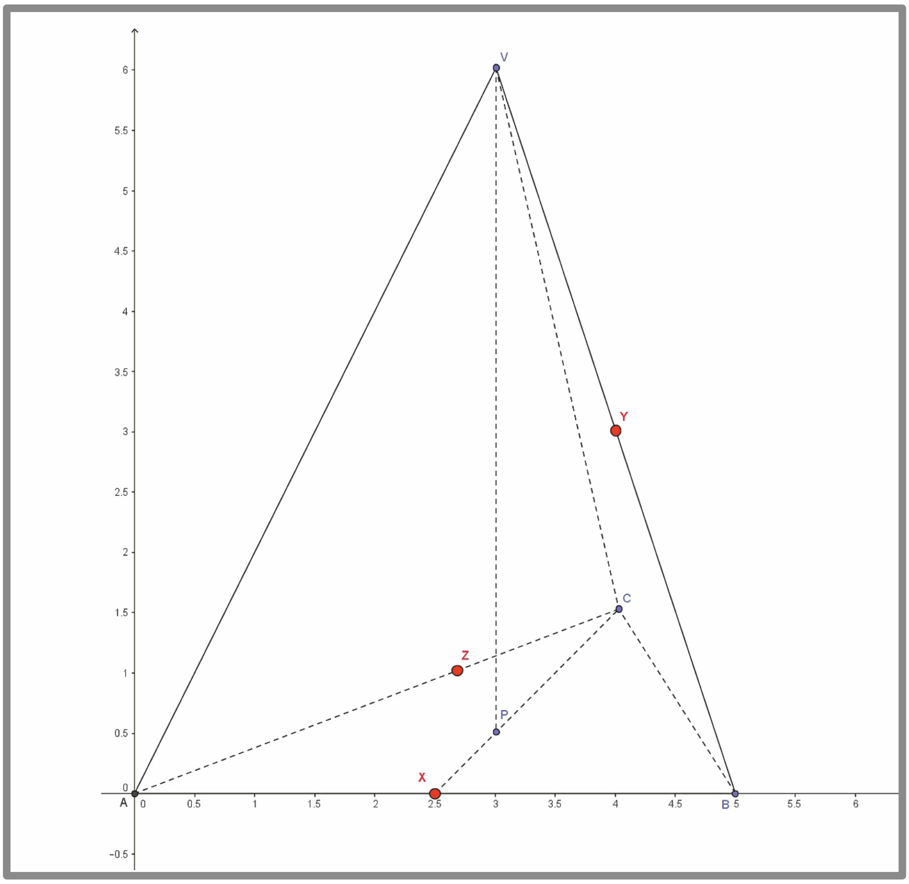

Nejzajímavějším momentem je asi 7(C) (označen zeleně): řešitel si musí uvědomit, že pravidlo (C) neznamená vždy protahovat hranu vně tělesa, zde naopak protahujeme hranu dovnitř nekonvexního tělesa – přímky LX a GH mají reálný průnik bod O, jenž je jak v pravé přední stěně, tak i v řezné rovině.

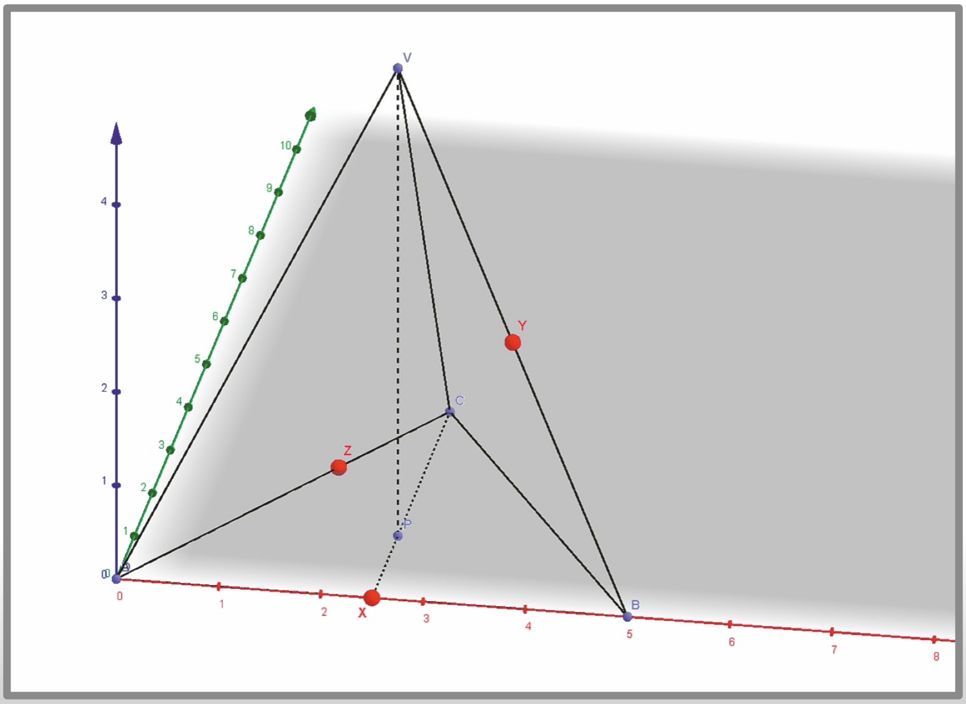
## Cvičení 13 – zadání

Řežeme-li jehlan, řešení prakticky postrádá pravidlo (B), protože v jehlanu nemáme rovnoběžné stěny. Projekci (stínování) děláme výhradně do spodní podstavy pomocí paprsků jdoucích svisle dolů (rovnoběžně s naznačenou výškou).

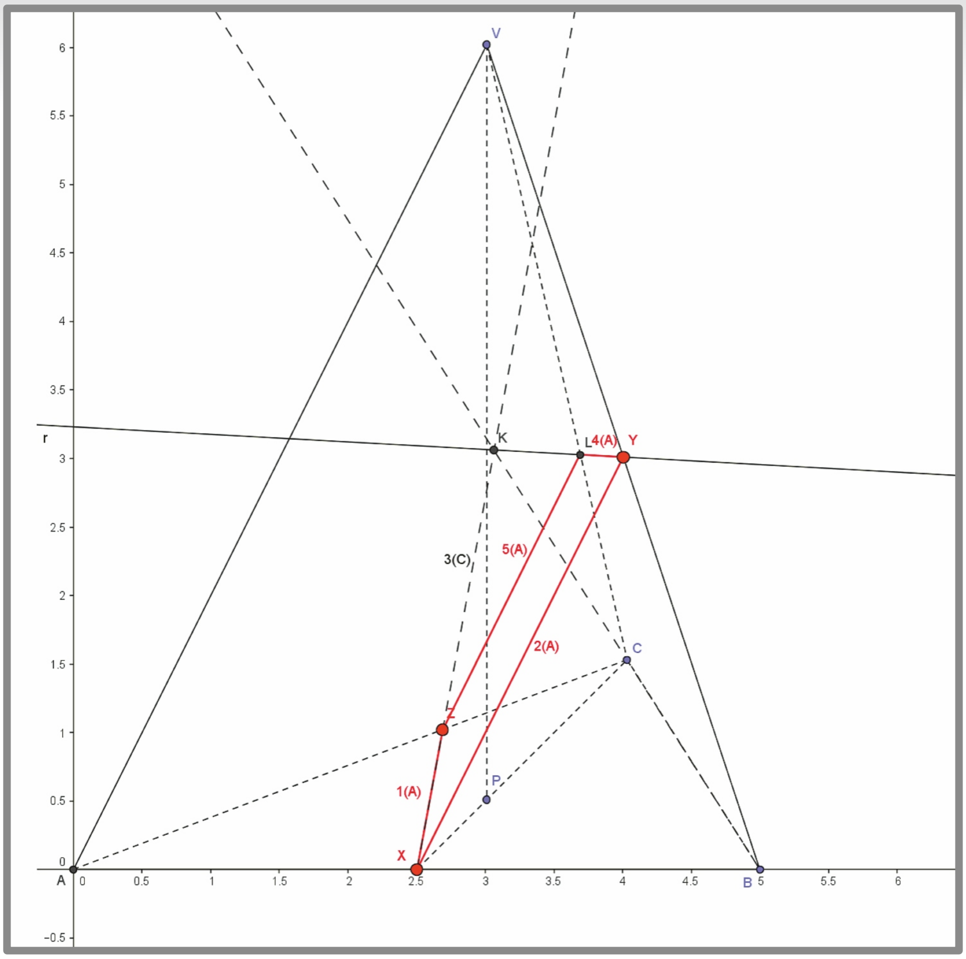
Pravidelný trojboký jehlan ABCV řežeme rovinou XYZ:

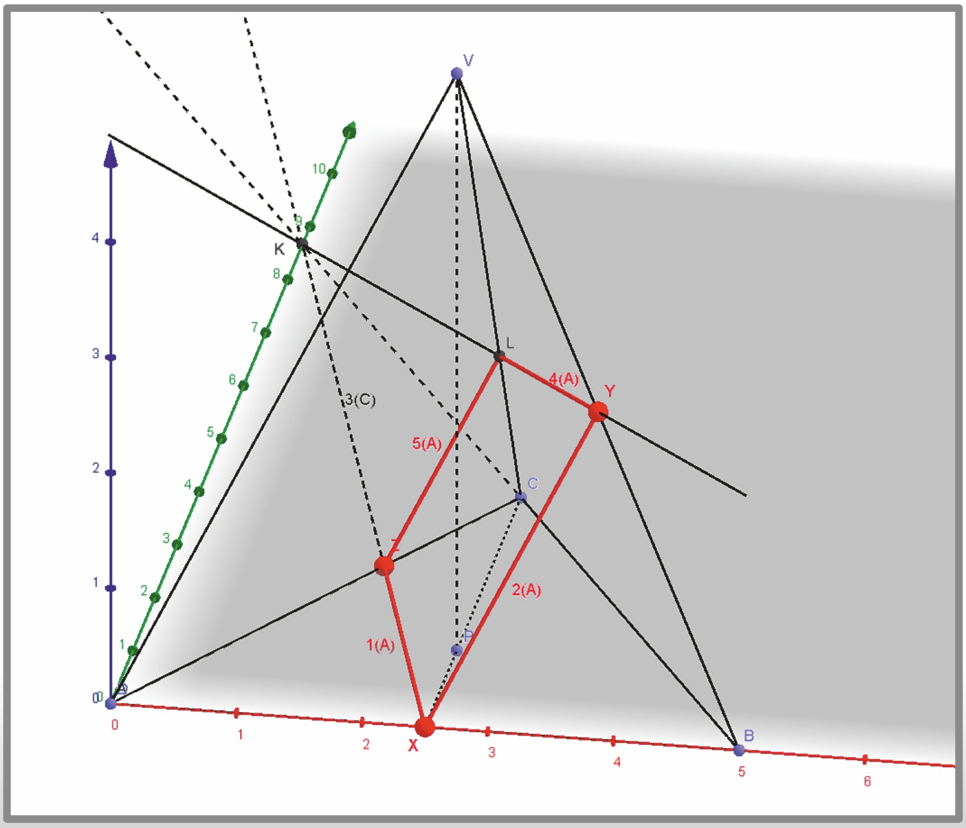
- X je střed hrany AB
- Y je střed hrany BV
- Z leží na hraně AC ($|AZ| = \frac{2}{3} \cdot |AC|$)



## Cvičení 13 – řešení

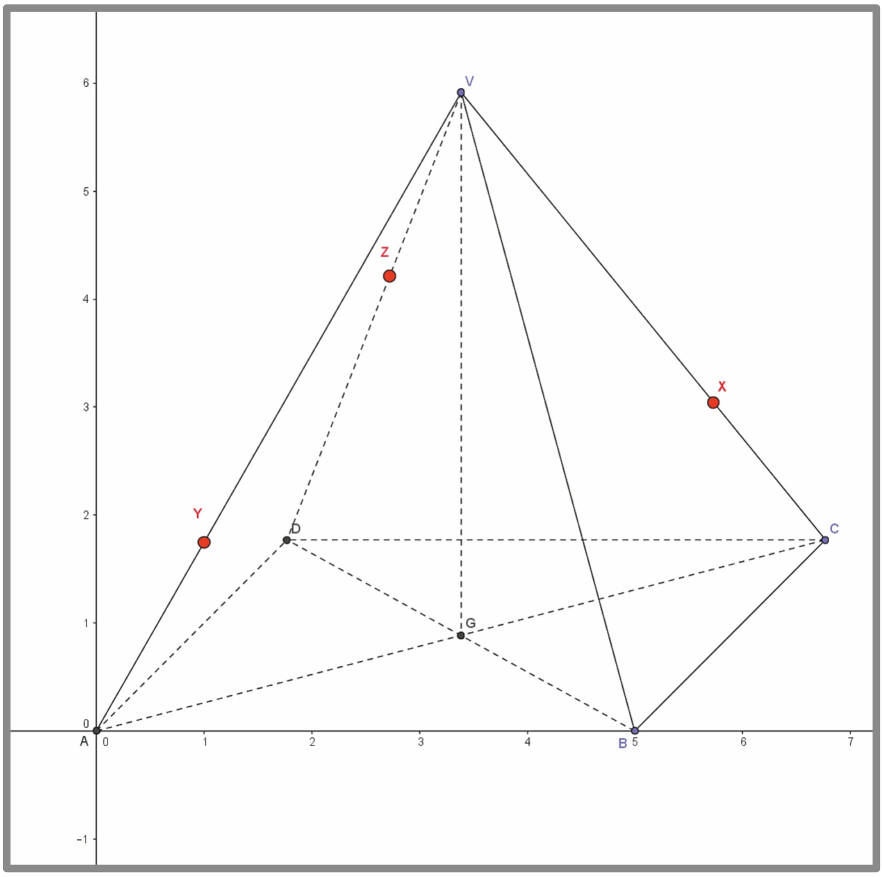


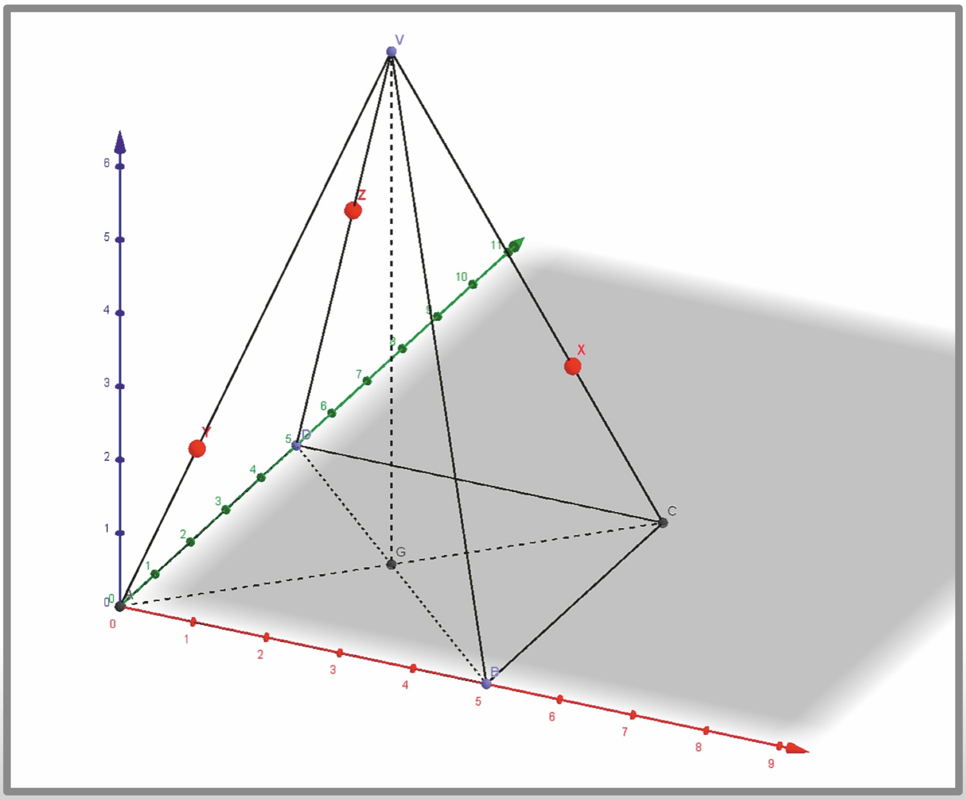



## Cvičení 14 – zadání

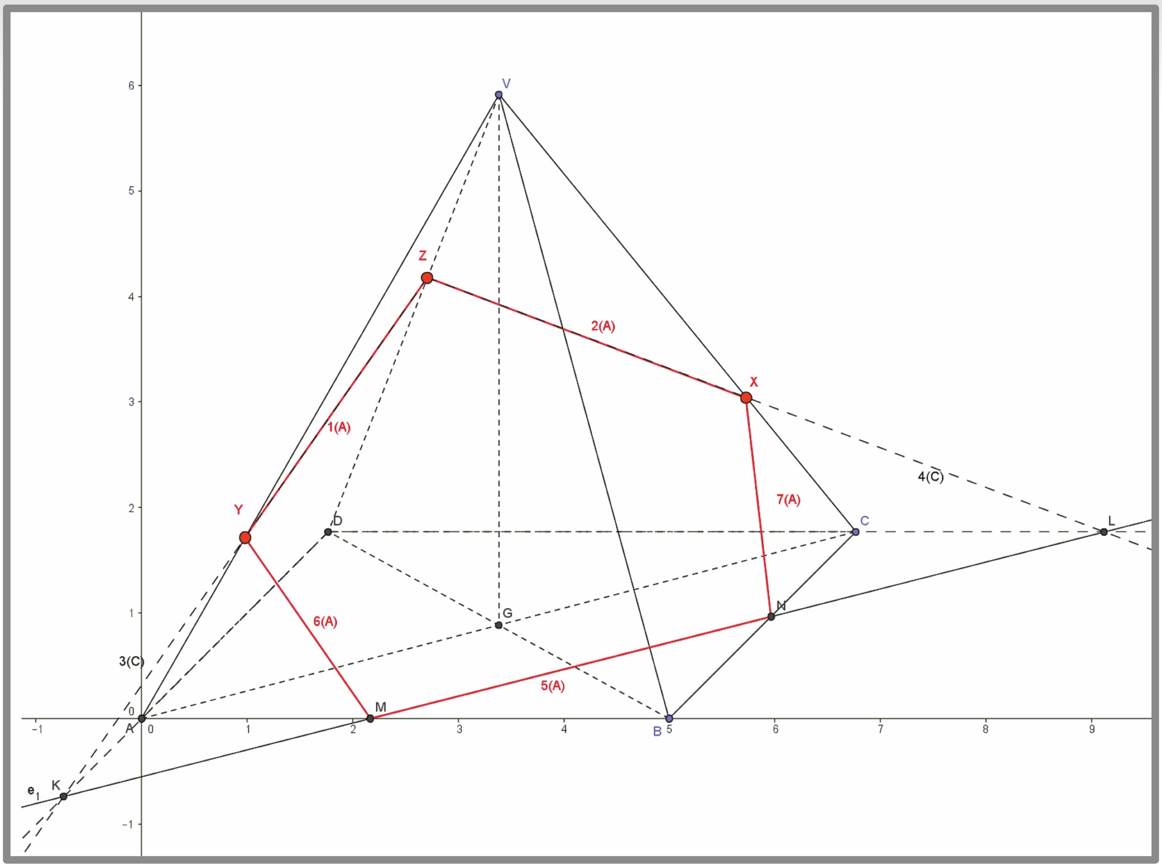
Pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV. U bodů XYZ řezné roviny uvedeme mírně nepřesné zadání, polohu bodů na jednotlivých stranách lze modifikovat.

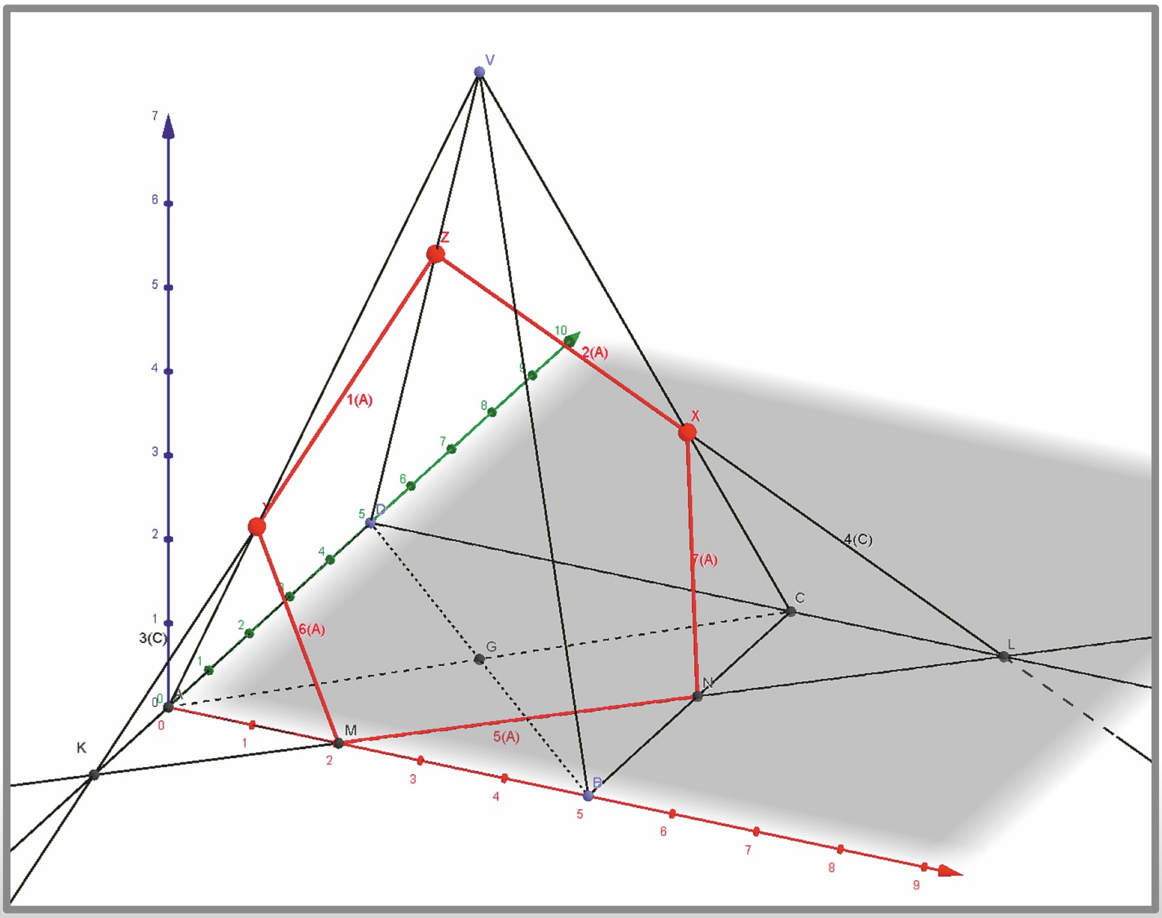
- X je uvnitř hrany CV
- Y je uvnitř hrany AV
- Z je uvnitř strany DV



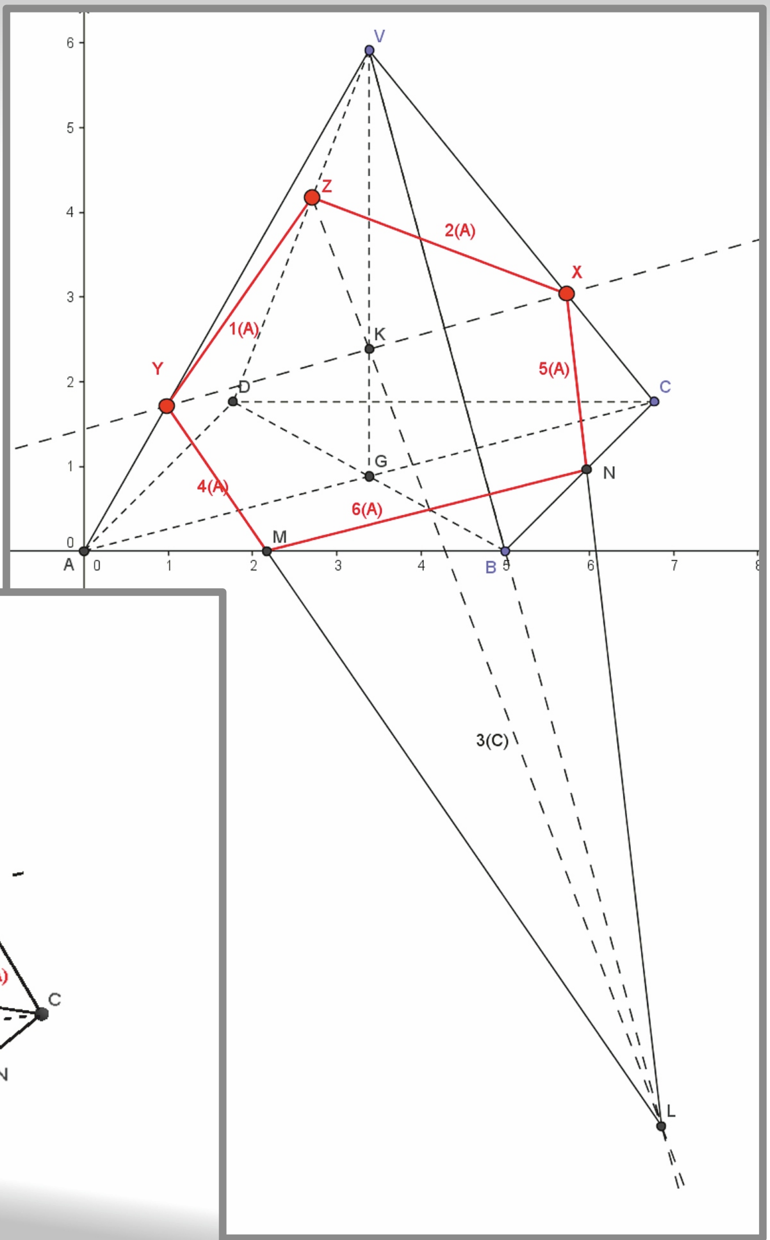
## Cvičení 14 – řešení a)

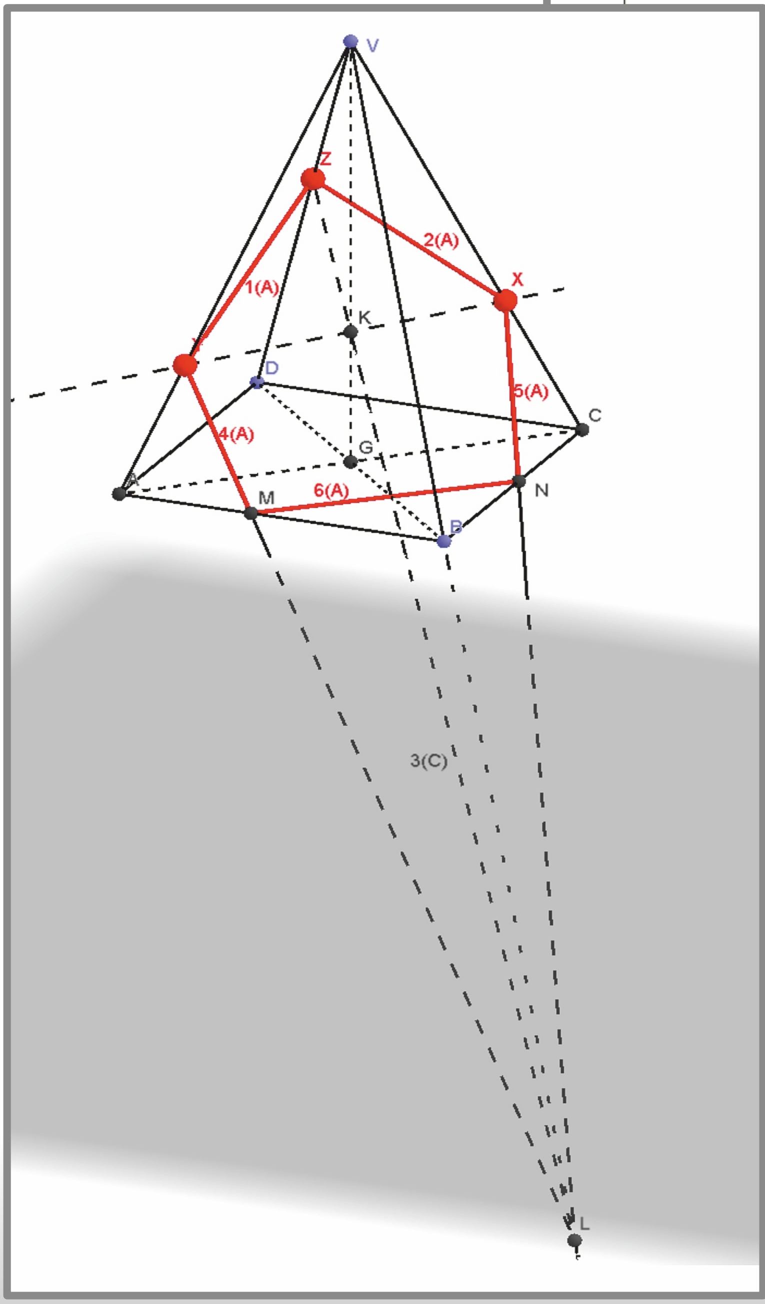


## Cvičení 14 – řešení b)

V případě, že jde o pravidelný čtyřboký jehlan, můžeme využít jeho rovinové souměrnosti vzhledem k rovině ACV i vzhledem k rovině BDV. Jinými slovy, přímka XY protne výšku jehlanu v bodě K a rovněž ZK protne polopřímku VB. (Protne-li ZK úsečku VB, je to výhodnější stav – lze poté použít pouze (A). Protne-li naopak ZK polopřímku VB za bodem B, je nutno použít pravidlo (C), jak ukazuje naše řešení.)



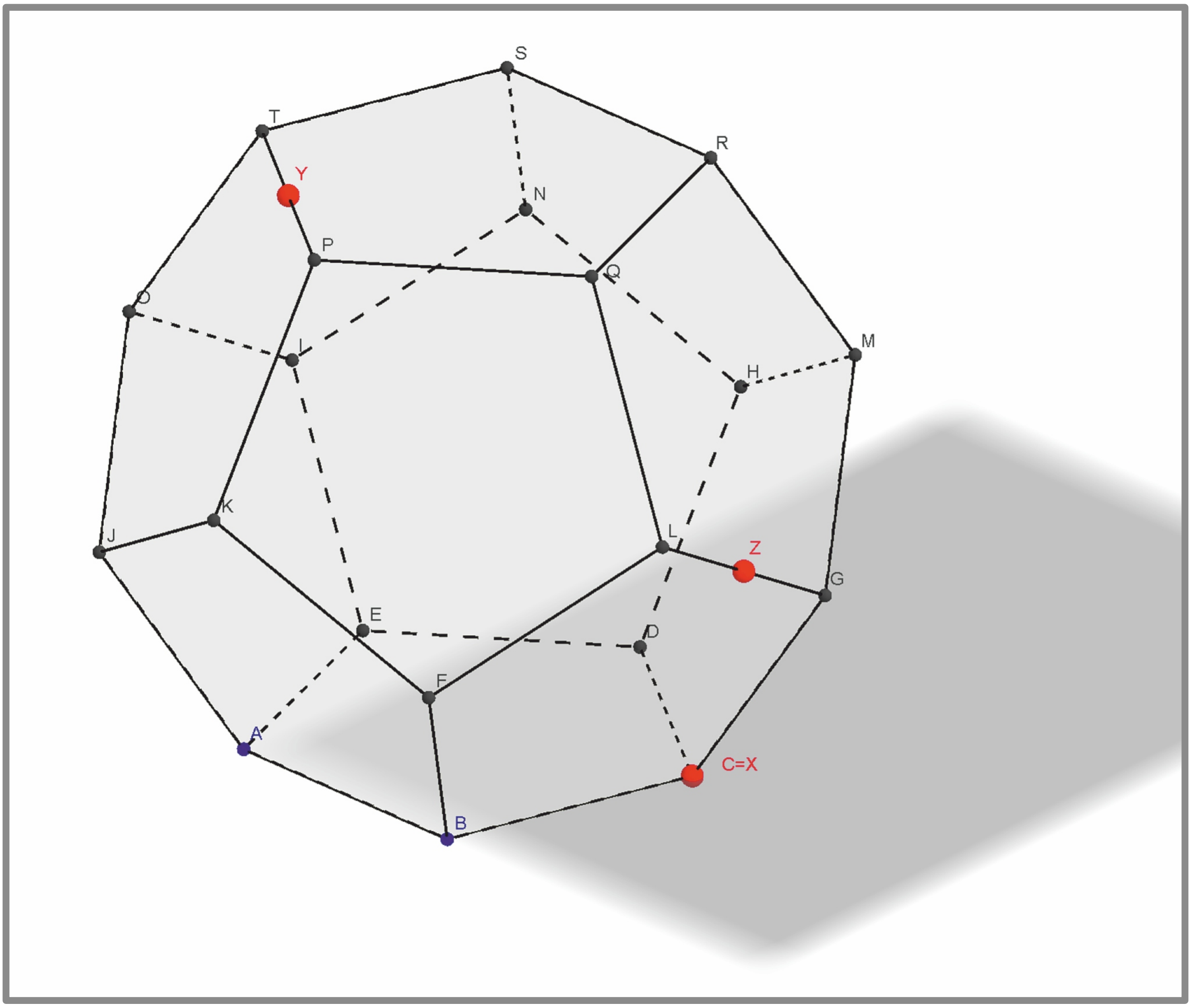



## Cvičení 15 – zadání

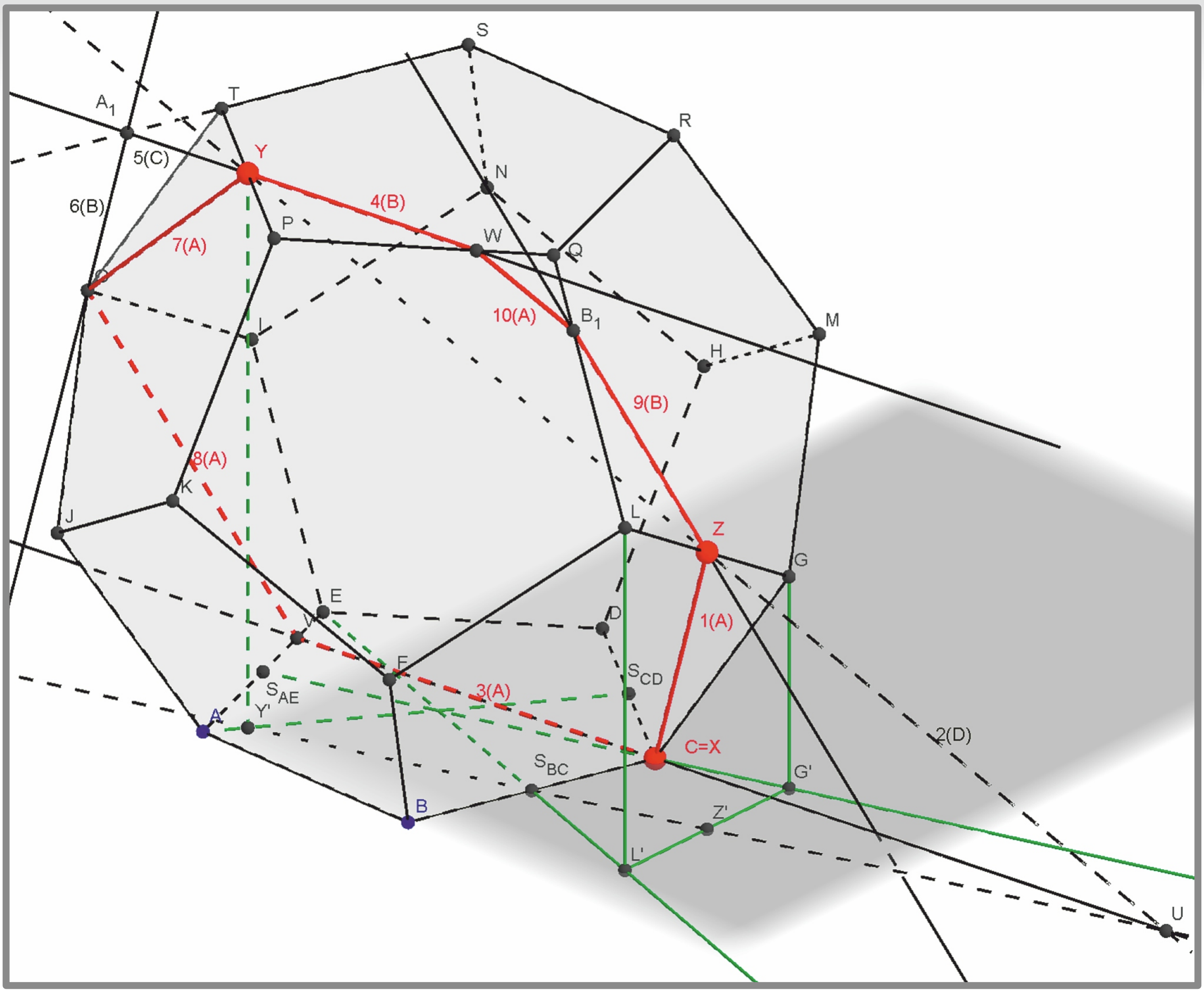
Řezat podle pravidel (A), (B), (C) a (D) lze libovolné těleso. Například zde hledáme řez pravidelného dvanáctistěnu ABCDEFGHIJKLMOPQRST (jednoho z Platonových těles) rovinou XYZ:

- X je ztotožněn s bodem C (což řez poněkud zjednodušuje)
- Y je střed hrany PT
- Z je střed hrany GL

Zadání i výsledek prezentujeme pouze ve 3D pohledu, protože volné rovnoběžné promítání obsahuje velké množství čar.



## Cvičení 15 – řešení




Pro přehlednost jsme zeleně vyznačili stínování bodu Y do spodní stěny, pomocných bodů G a L do spodní stěny i bodu Z do spodní stěny. Je dobré si uvědomit, že při projekci do roviny spodní stěny má přímka RY jako stín přímku $S_{CD}A$, přímka TG má jako stín přímku $S_{AE}C$ a konečně přímka IL má jako stín přímku $ES_{BC}$. (Pozor, krajní body uvedených stínů si ovšem neodpovídají.) Doporučuji proložit v Geogebře rovinu třemi body a prohlédnout.

Na obrázku chybějí osy xyz, které situaci znepřehledňovaly. (Nicméně osa z je důležitá, rovnoběžně s ní jsme všechny paprsky stínů vedli.)

Singularitou je pravidlo 6(B), které ve stěně OINST najde jako průnik pouze bod O (singularita vznikla díky tomu, že zadané Y a Z jsou ve středech hran a X je ve vrcholu…) Pokud by průnik vycházel nesingulárně, tedy jako vnitřní bod úsečky IO nebo na polopřímce IO za bodem O, řešili bychom situaci podobně.

# Kantor Ideál

A1
VZDĚLÁVÁNÍ ŘEDITELŮ

A2
MENTORING

A3
METODIK ICT VE ŠKOLE

B1
CO UŽ MÁME

B2
CO CHCEME

B3
OBOROVÉ DIDAKTIKY

esf evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ