

FUNKCE

Pracovní list

Modifikace: B

Cílová skupina: žáci 3. a 4. ročníku SŠ

Příklad 1 S pojmem funkce se setkáváme v matematice, stejně jako v ostatních přírodních vědách, velice často. Definujeme ji různými způsoby. Níže je uvedených několik různých zavedení pojmu reálné funkce jedné reálné proměnné – zakroužkujte ty, které považujete za správné a přeškrtněte ty nesprávné. U nesprávných uveďte, proč si myslíte, že nejsou dobré.

1. Funkce je matematický pojem, popisující vzájemný vztah dvou veličin, kdy se hodnoty jedné veličiny mění v závislosti na změnách hodnot veličiny druhé.
2. Jestliže jsou množiny $A, B \subseteq \mathbb{R}$ (tj. podmnožiny reálných čísel), pak funkcí nazvme libovolnou podmnožinu kartézského součinu $A \times B$, tedy předpis f , který přiřazuje hodnotám $x \in A$ nějaké hodnoty $y \in B$. Předpis pak zapisujeme jako $y = f(x)$.
3. Funkce je jakékoliv zobrazení z množiny reálných čísel do množiny reálných čísel.

Příklad 2 Víme, že funkce může být určena různými způsoby – funkčním předpisem (analyticky), grafem, tabulkou, nebo slovním popisem závislosti dvou veličin. Z následujících situací vyberte ty, které skutečně určují funkci.

1. $g : y = 5$

2.

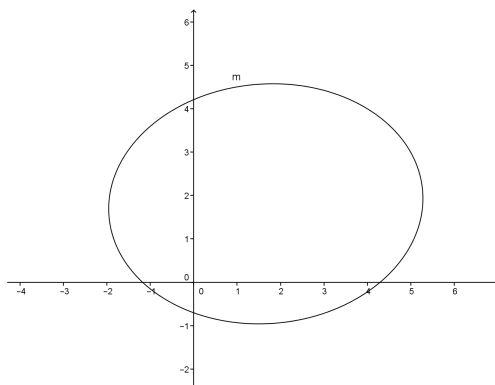
t	0	30	45	$\sqrt{2}$	90	120	135	150	180
F(t)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\sqrt{\pi}$	17.5	-125.8	$\frac{2\pi}{3}$	e^2	$\frac{5\pi}{6}$	11

3.

x	-1	0	1	-2	1	2	$\sqrt{4}$
h(x)	-3.5	0	7.1	6.3	-1.2	2.8	-1.2

4. $k(x) = x^{\sin x}$

5.

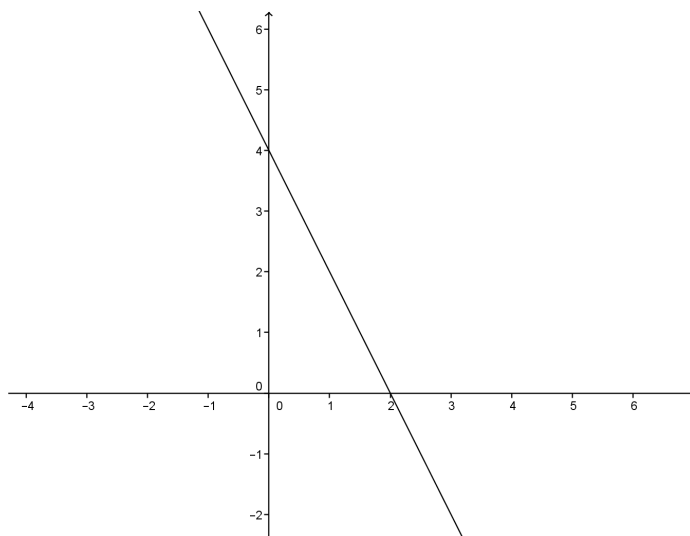


6.



Příklad 3 Pokuste se pojmenovat níže uvedené funkce (o jaký typ funkce se jedná) a pojmenujte graf daných funkcí. U každé z uvedených funkcí uveďte, zda se jedná o funkci sudou, lichou, případně periodickou (v případě periodické napište, jaká je perioda). Dále rozhodněte, zda se jedná o funkci prostou.

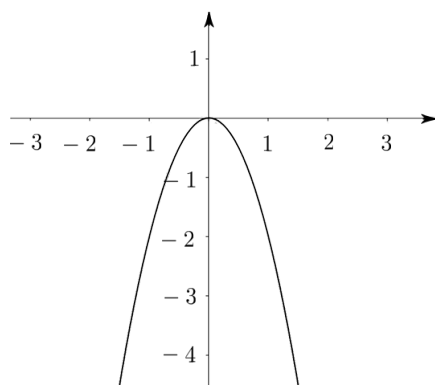
1.



Jedná se o funkci:

Grafem je:

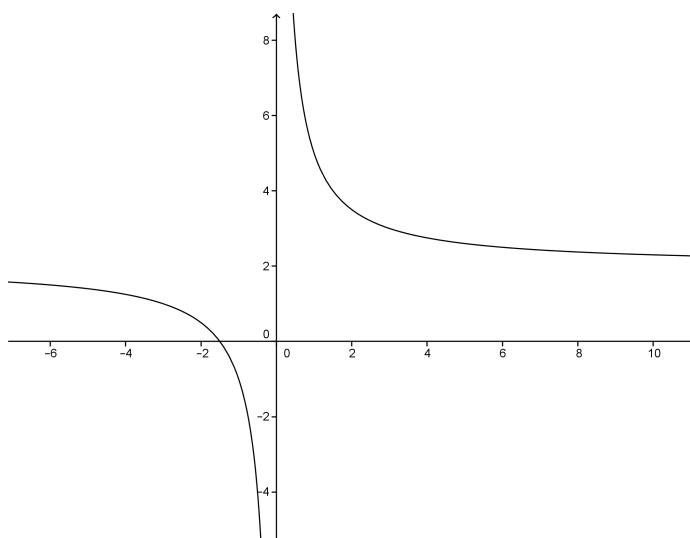
2.



Jedná se o funkci:

Grafem je:

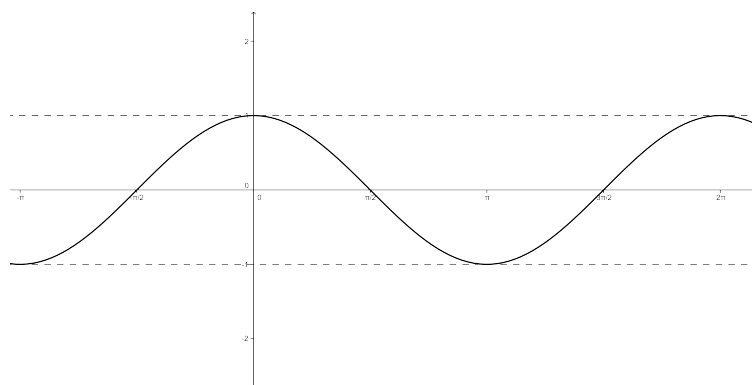
3.



Jedná se o funkci:

Grafem je:

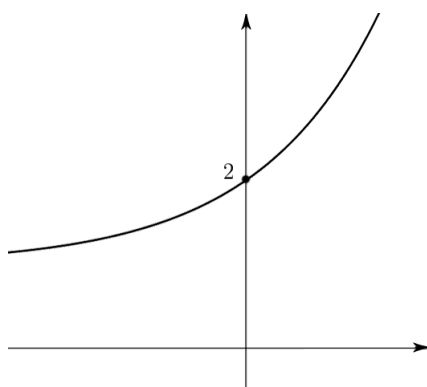
4.



Jedná se o funkci:

Grafem je:

5.



Jedná se o funkci:

Grafem je:

Příklad 4 Napište vztah pro výpočet objemu rotačního kužele. V tomto vztahu rozhodněte, jak závisí objem na

1. výšce kužele,

2. poloměru jeho podstavy,

3. obsahu jeho podstavy.

Příklad 5 Závislost hustoty ϱ dané látky na hmotnosti m a objemu V je určena takovýmto vztahem:

$$\varrho = \frac{m}{V}.$$

Rozhodněte, které z následujících tvrzení je pravdivé a zdůvodněte.

1. Hustota je nepřímo úměrná objemu.
2. Hustota je přímo úměrná objemu.
3. Hustota je přímo úměrná hmotnosti.

Příklad 6 Mějme funkci $f(x) = 2x^2 + 1$. Diskutujte graf následujících funkcí vůči této funkci (tj. jak se graf níže uvedené funkce bude lišit od grafu této funkce $f(x)$). Grafy můžete znázornit.

1. $g_1(x) = 2x^2 - 5$.

Graf této funkce bude vůči funkci $f(x)$:

2. $g_2(x) = -2x^2 - 1$.

Graf této funkce bude vůči funkci $f(x)$:

3. $g_3(x) = 2x^2 + x + 1$.

Graf této funkce bude vůči funkci $f(x)$:

Příklad 7 Mějme funkci $f(x) = 2^x - 3$. Diskutujte graf následujících funkcí vůči této funkci:

1. $g_1(x) = 2^x$.

Graf této funkce bude vůči funkci $f(x)$:

2. $g_2(x) = 2^{x+1}$

Graf této funkce bude vůči funkci $f(x)$:

3. $g_3(x) = 2^{-x}$.

Graf této funkce bude vůči funkci $f(x)$:

Příklad 8 Určete definiční obor funkce

$$g(x) = \log(x - 3)$$

a sestrojte její graf. Určete, zda se jedná o funkci rostoucí, nebo klesající.

Příklad 9 Nakreslete grafy následujících funkcí. Určete jejich definiční obor, obor hodnot a v případě, že jsou periodické určete periodu.

1. $f_1(x) = \sin x$
2. $f_2(x) = 3 \sin x$
3. $f_3(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

Příklad 10 V matematice často popisujeme tzv. základní typy funkcí, například lineární, kvadratická, mocninná, exponenciální, atd.). Ostatní funkce pak dostaneme jako jejich součet, rozdíl, součin nebo podíl. U následujících funkcí diskutujte, zda se jedná o funkci základní, nebo vznikla některým z popsaných postupů. Pokud vznikla jako součet, rozdíl, součin nebo podíl, určete základní funkce a popište, jak z nich vznikla.

1. $f_1(x) = 2x^2 - \sin x$
2. $f_2(x) = 5^x + 2x + 1$
3. $f_3(x) = \pi$

Příklad 11 Funkce můžeme také dostat skládáním jiných funkcí. U následujících funkcí diskutujte, zda se jedná o funkci základní, nebo o funkci, která vznikla složením jiných funkcí. Pokud vznikla složením jiných funkcí, určete základní funkce.

1. $g_1(x) = \cos^3 x$
2. $g_2(x) = 2^{x^2}$
3. $g_3(x) = \ln x^4$

Příklad 12 Máme zadány tyto funkce: $f(x) = x^2$, $g(x) = e^x$, $h(x) = \sin x$, $m(x) = \frac{1}{x} + 2$.
Vytvořte následující funkce:

1. $h(f(x))$
2. $f(g(x))$
3. $m(h(f(x)))$